Gegeben ist eine Wurzelfunktion f sowie ihre erste Ableitung f', vergleiche FS 8.3.3, mit

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \text{bzw.} \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Gesucht ist für $x \in \{0;1;4\}$ je der y-Wert, bzw. der zugehörige Punkt $P(x;y)$ auf dem Graphen. Berechne mit Hilfe der ersten Ableitung f' für jeden Punkt die Steigung. Zeichne in jedem dieser Punkte eine Tangente an die Kurve und bestimme mittels Steigungsdreieck, d.h. graphisch, deren Steigung

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

und vergleiche den Wert mit jenem der ersten Ableitung f'.

---

1. Im Endpunkt $(0;0)$ kann man keine Tangente an die Kurve legen, d.h. dort ist kein Steigungsdreieck und damit auch keine Steigung definiert. Auch rechnerisch kann die Steigung nicht bestimmt werden, denn

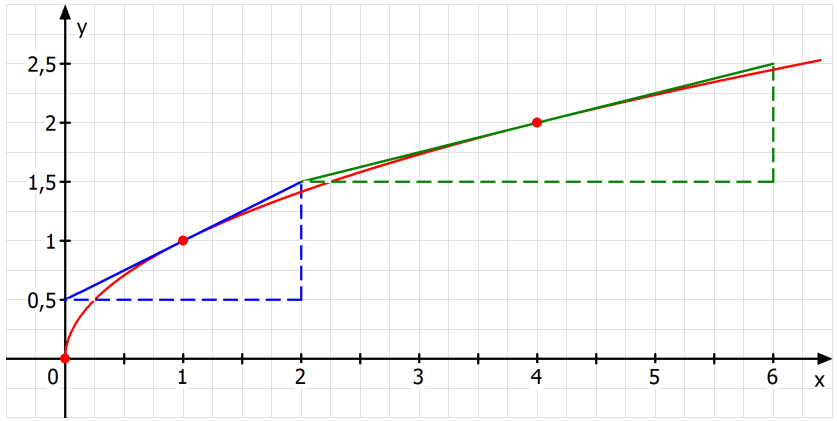
$$f'(0) = \frac{1}{2\sqrt{0}} = \frac{1}{0}$$

ist nicht definiert.

2. Einsetzen der x-Werte in die Zuordnungsvorschrift von f liefert die y-Werte und damit die drei gesuchten Punkte. Einsetzen der x-Werte in die Zuordnungsvorschrift von f' liefert die Steigung in zwei von diesen drei Punkten.

x	0	1	4
$y = f(x)$	0	1	2
$P(x;y)$	$(0;0)$	$(1;1)$	$(4;2)$
$f'(x)$		0.5	0.25

3. Wir zeichnen zwei Tangenten ein und messen mit dem Geodreieck je Δx und Δy heraus.



4. Im Punkt $(1;1)$ gilt mit dem blauen Steigungsdreieck

$$m_1 = \Delta y / \Delta x \approx 1/2 = 0.5$$

und im Punkt $(4;2)$ mit dem grünen Steigungsdreieck

$$m_4 = \Delta y / \Delta x \approx 1/4 = 0.25$$

5. Wie man sieht, stimmen die berechnete und die graphisch bestimmte Steigung überein.

x	1	4
$f'(x)$	0.5	0.25
m	0.5	0.25

In Zukunft werden wir die Steigung einer Kurve nur noch mit Hilfe der ersten Ableitung f' bestimmen und wir werden Ableitungsregeln kennen lernen, mit welchen man die erste Ableitung f' aus der Funktion f bestimmen kann.