

Gegeben sind zwei Logarithmusfunkt.  $f$  und  $g$ , vergleiche FS 8.10, mit

$$f(x) = \log_2(x) \quad \text{bzw.} \quad g(x) = \log_{1/2}(x)$$

Gesucht sind je eine Wertetabelle für  $x \in \{0.25; 0.5; 1; 2; 4\}$  und daraus abgeleitet der Definitions- und Wertebereich, sowie der Graph. Wenn man die beiden Graphen vergleicht, zu welcher Vermutung gelangt man und wie kann man diese beweisen?

1. Einsetzen von

$$x \in \{0.25; 0.5; 1; 2; 4\}$$

in  $f(x)$  und  $g(x)$  ergibt unter Verwendung von

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n} \quad \text{und} \quad \log_a(a^n) = n$$

die Wertetabelle

$x$	0.25	0.5	1	2	4
$f(x)$	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	2	1	0	-1	-2

2. Definitionsbereich

$$D = \mathbb{R}^+$$

da man nur positive reelle Zahlen einsetzen kann für  $x$ .

3. Wertebereich  $W = \mathbb{R}$ , denn für  $n \in \mathbb{N}$  gilt

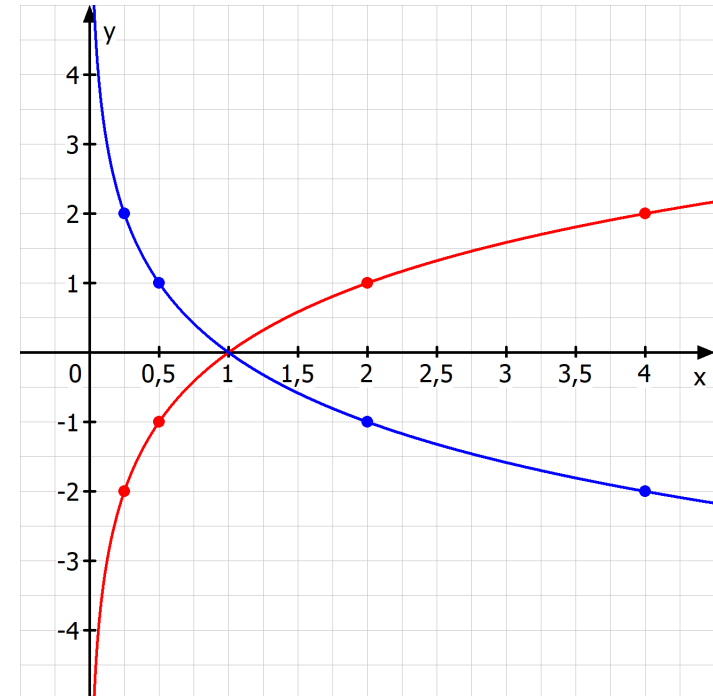
$$f\left(\frac{1}{2^{10^n}}\right) = f\left(2^{-10^n}\right) = \log_2\left(2^{-10^n}\right) = -10^n$$

d.h. je näher man von rechts mit  $x$  gegen Null geht, desto kleiner wird der  $y$ -Wert. Ausserdem gilt

$$f\left(2^{10^n}\right) = \log_2\left(2^{10^n}\right) = 10^n$$

d.h. je grösser  $x$  wird, desto grösser wird auch der  $y$ -Wert.

4. Die Punkte aus der Wertetabelle ergeben die Graphen von  $f$  und  $g$  (rot bzw. blau) und man vermutet, dass die Graphen von zwei Logarithmusfunktionen an der  $x$ -Achse gespiegelt werden, sofern ihre beiden Basen Kehrwerte zueinander sind.



5. Für die Basis  $b$  und ihren Kehrwert  $1/b$  gilt mit dem Basiswechsellatz

$$\log_b(x) = \frac{\log_{1/b}(x)}{\log_{1/b}(b)} = \frac{\log_{1/b}(x)}{-1} = -\log_{1/b}(x)$$

und man sieht, dass die Bildung des Kehrwertes von  $b$  zu einem Minus vor dem Logarithmus führt, was wiederum für eine Spiegelung an der  $y$ -Achse steht, vergleiche FS 9.1.7.