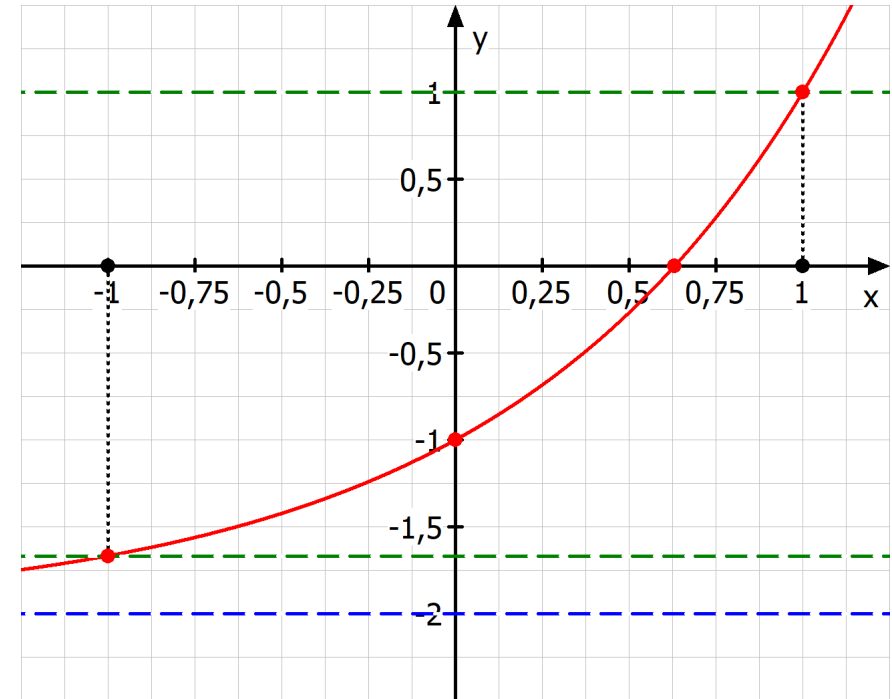


Gegeben ist eine Exponentialfunktion  $f$  (siehe FS 8.9) mit

$$f(x) = 3^x - 2$$

Gesucht sind der Definitionsbereich, die Nullstelle, der  $y$ -Achsenabschnitt, die Asymptote und der Wertebereich. Zeichne den Graphen von  $f$  und bestimme alle  $x \in \mathbb{R}$  für welche  $-5/3 \leq f(x) \leq 1$  gilt.



### 1. Funktion diskutieren

a) Definitionsbereich  $D = \mathbb{R}$

b) Nullstelle bei  $x \approx 0.63$  wegen

$$3^x - 2 = 0 \Leftrightarrow 3^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_3(2) \approx 0.63$$

vergleiche FS 2.10

c)  $y$ -Achsenabschnitt bei

$$f(0) = 3^0 - 2 = -1$$

d) Asymptote  $a(x) = -2$  wegen

$$3^x \rightarrow 0^+ \quad \text{für} \quad x \rightarrow -\infty$$

e) Wertebereich  $W = ] -2; \infty[$  wegen

$$3^x \in ]0; \infty[ \Leftrightarrow 3^x - 2 \in ] -2; \infty[$$

f) Zwei frei gewählte Hilfspunkte

$$f(1) = 3^1 - 2 = 1$$

und

$$f(-1) = 3^{-1} - 2 = -5/3$$

helfen den Graphen zu zeichnen.

2. Die Bedingung  $-5/3 \leq f(x) \leq 1$  bedeutet, dass der Graph von  $f$  im Intervall  $y \in [-5/3; 1]$  verlaufen muss. Mit den beiden frei gewählten Hilfspunkten gilt

$$x \in [-1; 1]$$

vergleiche die schwarzen Punkte auf der  $x$ -Achse. Ohne die Hilfspunkte müsste man die beiden Gleichungen

$$f(x) = 3^x - 2 = -5/3 \quad \text{und} \quad f(x) = 3^x - 2 = 1$$

nach  $x$  auflösen, um  $x = -1$  bzw.  $x = 1$  zu erhalten.