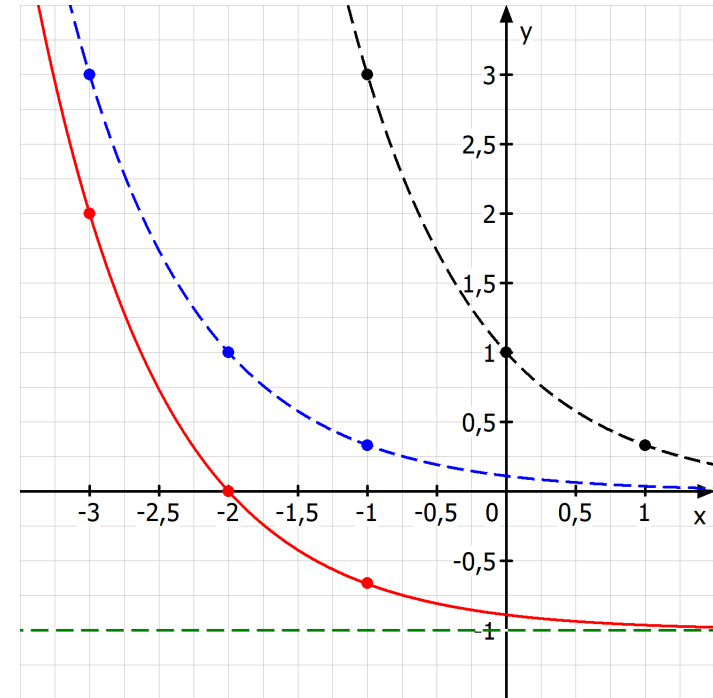


Gegeben ist eine Exponentialfunktion f (siehe FS 8.9) mit

$$f(x) = \sqrt{3}^{-2x-4} - 1$$

Gesucht ist die vereinfachte Zuordnungsvorschrift. Der Graph soll schrittweise aus der Grundfunktion entwickelt werden. Zuletzt soll die Nullstelle berechnet werden.



1. Funktion vereinfachen

$$f(x) = \sqrt{3}^{-2(x+2)} - 1 = \left(\sqrt{3}^{-2}\right)^{x+2} - 1 = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} - 1$$

unter Verwendung von

$$a^{m \cdot n} = (a^m)^n \quad \text{und} \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

2. Graph entwickeln

a) Grundfunktion (schwarz)

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x$$

b) Nach links verschobene Funktion (blau)

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2}$$

c) Nach unten verschobene Funktion f (rot)

$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} - 1$$

Die drei schwarzen Hilfspunkte werden alle um 2 nach links und danach um 1 nach unten verschoben.

3. Nullstelle berechnen, d.h.

$$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} = 1$$

und unter Verwendung von

$$b^x = n \quad \Leftrightarrow \quad x = \log_b(n) \quad \text{sowie} \quad \log_b(1) = 0$$

(vergleiche FS 2.10) vereinfachen zu

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} = 1 \quad \Leftrightarrow \quad x+2 = \log_{1/3}(1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -2$$