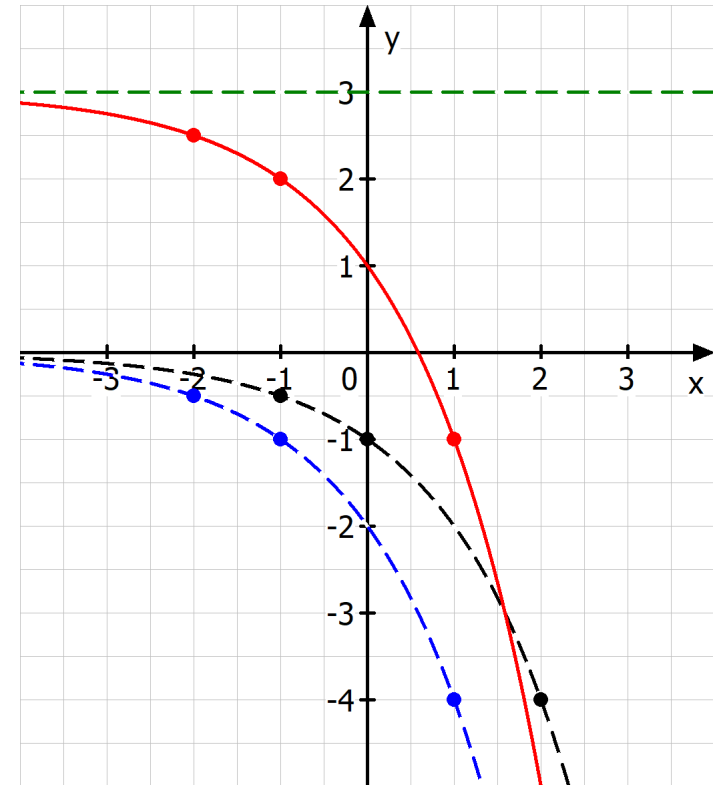


Gegeben ist eine Exponentialfunktion f (siehe FS 8.9) mit

$$f(x) = -4^{0.5x+0.5} + 3$$

Gesucht ist die vereinfachte Zuordnungsvorschrift. Der Graph soll schrittweise aus der Grundfunktion entwickelt werden. Zuletzt soll die Nullstelle berechnet werden.



1. Funktion vereinfachen

$$f(x) = -4^{0.5(x+1)} + 3 = -\left(4^{0.5}\right)^{x+1} + 3 = -2^{x+1} + 3$$

unter Verwendung von

$$a^{m \cdot n} = (a^m)^n \quad \text{und} \quad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

2. Graph entwickeln

a) Grundfunktion (nicht eingezeichnet)

$$2^x$$

b) An der x -Achse gespiegelte Grundfunktion (schwarz)

$$-2^x$$

c) Nach links verschobene Funktion (blau)

$$-2^{x+1}$$

d) Nach oben verschobene Funktion f (rot)

$$f(x) = -2^{x+1} + 3$$

Die drei schwarzen Hilfspunkte werden alle um 1 nach links und danach um 3 nach oben verschoben.

3. Nullstelle berechnen, d.h. unter Verwendung von

$$b^x = n \Leftrightarrow x = \log_b(n)$$

(vergleiche FS 2.10) vereinfachen zu

$$f(x) = -2^{x+1} + 3 = 0 \Leftrightarrow 2^{x+1} = 3 \Leftrightarrow x + 1 = \log_2(3)$$

um danach den Basiswechselsatz anzuwenden

$$x = \log_2(3) - 1 = \ln(3) / \ln(2) - 1 \approx 0.585$$