

Gegeben ist eine Exponentialfunktion f (siehe FS 8.9) mit

$$f(x) = 2^{x-1} - 4$$

Gesucht sind der Definitionsbereich, die Nullstelle, der y -Achsenabschnitt, die Asymptote und der Wertebereich. Entwickle den Graphen von f schrittweise aus der Grundfunktion.

1. Funktion diskutieren

a) Definitionsbereich $D = \mathbb{R}$

b) Nullstelle bei $x = 3$ wegen

$$2^{x-1} - 4 = 0 \Leftrightarrow 2^{x-1} = 4 \Leftrightarrow x - 1 = \log_2(4) = 2$$

vergleiche FS 2.10

c) y -Achsenabschnitt bei

$$f(0) = 2^{-1} - 4 = -3.5$$

d) Asymptote $a(x) = -4$ wegen

$$2^x \rightarrow 0^+ \quad \text{für} \quad x \rightarrow -\infty$$

e) Wertebereich $W =] - 4; \infty[$ wegen

$$2^{x-1} \in]0; \infty[\Leftrightarrow 2^{x-1} - 4 \in] - 4; \infty[$$

f) Zwei frei gewählte Hilfspunkte

$$f(-1) = 2^{-2} - 4 = -3.75$$

und

$$f(1) = 2^0 - 4 = -3$$

helfen den Graphen zu zeichnen.

2. Graph entwickeln

a) Grundfunktion mit drei Hilfspunkten (schwarz)

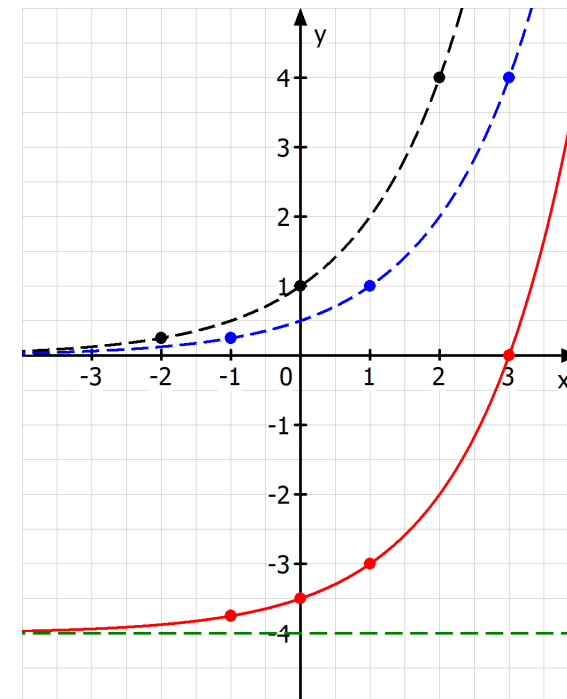
$$2^x$$

b) In x -Richtung verschobene Funktion (blau)

$$2^{x-1}$$

c) In y -Richtung verschobene Funktion f (rot)

$$f(x) = 2^{x-1} - 4$$



Die drei schwarzen Hilfspunkte werden alle um 1 nach rechts und danach um 4 nach unten verschoben.