

Gegeben sind zwei Exponentialfunktionen f und g , vergleiche FS 8.9, mit

$$f(x) = 2^x \quad \text{bzw.} \quad g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

Gesucht sind je eine Wertetabelle für $x \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3\}$ und daraus abgeleitet der Definitions- und Wertebereich, sowie der Graph. Wenn man die beiden Graphen vergleicht, zu welcher Vermutung gelangt man und wie kann man diese beweisen?

1. Einsetzen von

$$x \in \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3\}$$

in $f(x)$ und $g(x)$ ergibt unter Verwendung von

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

die Wertetabelle

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	0.125	0.25	0.5	1	2	4	8
g(x)	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125

2. Definitionsbereich

$$D = \mathbb{R}$$

da man jede reelle Zahl einsetzen kann für x .

3. Wertebereich

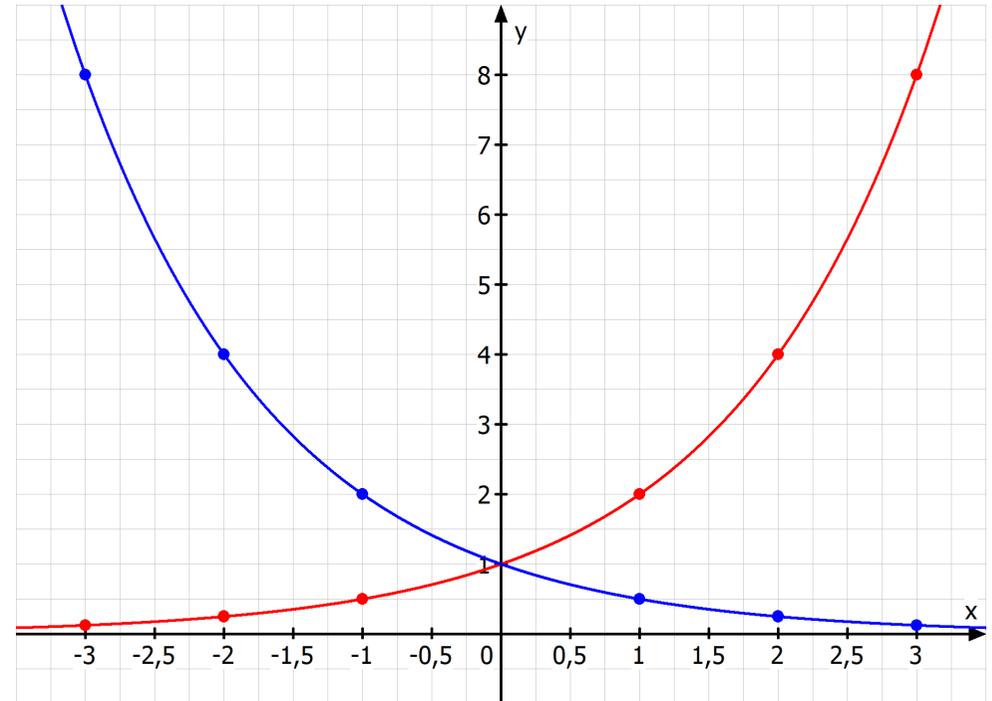
$$W = \mathbb{R}^+$$

denn es gilt

$$f(x) > 0 \quad \text{und} \quad g(x) > 0$$

weil sowohl die Basis 2 wie auch die Basis $1/2$ positiv ist.

4. Die Punkte aus der Wertetabelle ergeben die Graphen von f und g (rot bzw. blau) und man vermutet, dass die Graphen von zwei Exponentialfunktionen an der y -Achse gespiegelt werden, sofern ihre beiden Basen Kehrwerte zueinander sind.



5. Für die Basis b und ihren Kehrwert $1/b$ gilt

$$b^x = b^{-(-x)} = b^{(-1) \cdot (-x)} = (b^{-1})^{-x} = \left(\frac{1}{b}\right)^{-x}$$

und man sieht, dass die Bildung des Kehrwertes von b zu einem Minus im Exponenten führt, was wiederum für eine Spiegelung an der y -Achse steht, vergleiche FS 9.1.8.