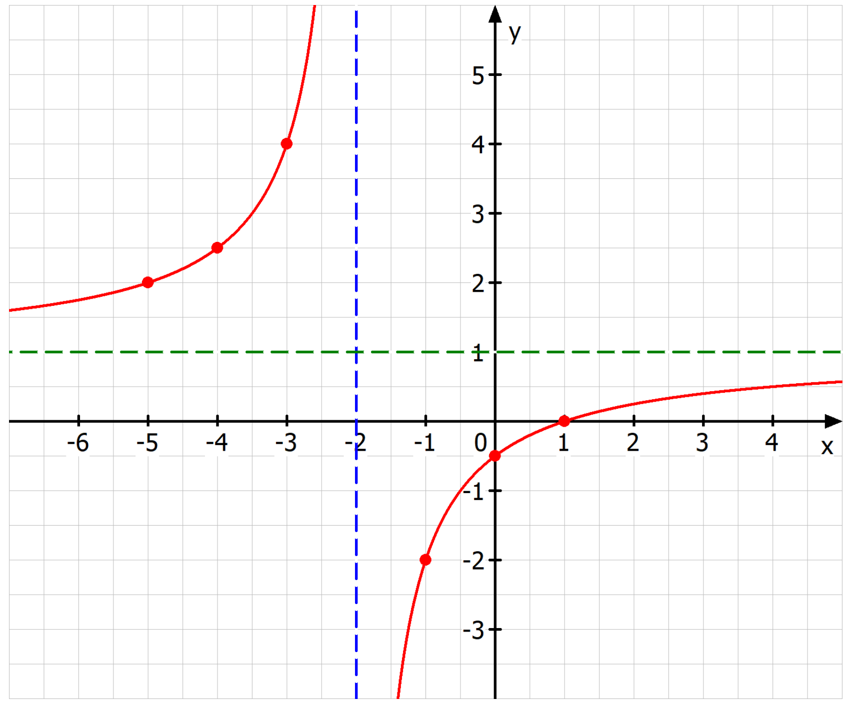
Gegeben ist eine gebrochenlineare Funktion f (siehe FS 8.8) mit

$$f(x) = \frac{x-1}{x+2} = \frac{Z(x)}{N(x)}$$

Gesucht sind die Polstelle(n), der Definitionsbereich, die Nullstelle(n), der y-Achsenabschnitt, die Asymptote a und die Differenz d, d.h. „ober- und unterhalb" für $x \to \pm\infty$.

---

1. Polstelle mit VZW bei $x = -2$ wegen
$$N(x) = x + 2 = 0$$
2. Definitionsbereich $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$
3. Nullstelle mit VZW bei $x = 1$ wegen
$$Z(x) = x - 1 = 0$$
4. y-Achsenabschnitt bei $f(0) = -0.5$
5. Eine Polynomdivision liefert
$$f(x) = (x-1) : (x+2) = 1 + \frac{-3}{x+2}$$
und damit a sowie d mit
$$a(x) = 1 \quad \text{bzw.} \quad d(x) = \frac{-3}{x+2} \approx \frac{-1}{x}$$
6. Für $x \to \pm\infty$ gilt
$$d(\infty) \approx \frac{-1}{\infty} = 0^- \quad \text{bzw.} \quad d(-\infty) \approx \frac{-1}{-\infty} = 0^+$$
d.h. f verläuft „weit rechts" unterhalb von a, und „weit links" oberhalb von a.
7. Einen frei gewählten Hilfspunkt $f(-1) = -2$ sowie die Schnittstellen mit den Achsen kann man am Symmetriezentrum $S(-2;1)$ spiegeln und hat damit insgesamt 6 Punkte, die genau eingezeichnet werden können.



8. Umstellen liefert die transformierte Form
$$f(x) = \frac{x-1}{x+2} = \frac{x+2-3}{x+2} = \frac{x+2}{x+2} + \frac{-3}{x+2} = -3 \cdot \frac{1}{x+2} + 1$$
von f, wo man sieht, dass die Kurve um 2 nach links und 1 nach oben verschoben ist. Auch der Streckungsfaktor -3, welcher eine Spiegelung an der Asymtote a und eine Streckung um Faktor 3 bewirkt, ist in der Grafik ersichtlich.