Gegeben ist die Betragsgleichung (siehe FS 4.11 und 8.2)

$$|x+2| = 2\,x$$

Gesucht ist der Definitionsbereich und die Lösungsmenge, wobei diese rechnerisch und graphisch bestimmt werden soll.

---

1. Definitionsbereich $D = \mathbb{R}$
2. Weil auf der rechten Seite der Gleichung mit $2x$ kein konstanter Wert grösser oder gleich Null steht, funktioniert der „Trick“ mit
$$|x+2| = 2\,x \quad \Leftrightarrow \quad x+2 = \pm 2\,x$$
nicht, vergleiche FS 4.13.3.
3. Für die rechnerische Lösung ist eine Fallunterscheidung nötig.
   a) Der 1. Fall mit
   $$x+2 \geq 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \geq -2$$
   liefert
   $$|x+2| = 2\,x \quad \Leftrightarrow \quad x+2 = 2\,x \quad \Leftrightarrow \quad x = 2$$
   und damit $L_1 = \{2\}$, denn mit $x = 2$ ist $x \geq -2$ erfüllt.
   b) Der 2. Fall mit
   $$x+2 < 0 \quad \Leftrightarrow \quad x < -2$$
   liefert
   $$|x+2| = 2\,x \quad \Leftrightarrow \quad -(x+2) = 2\,x \quad \Leftrightarrow \quad x = -2/3$$
   und damit $L_2 = \{\}$, denn mit $x = -2/3$ ist $x < -2$ nicht erfüllt.
   c) Insgesamt gilt
   $$L = L_1 \cup L_2 = \{2\} \cup \{\} = \{2\}$$
4. Linke und rechte Seite der Gleichung graphisch darstellen
   a) Innere Funktion (blau)
   $$x+2$$
   b) Betragsfunktion (rot)
   $$|x+2|$$
   c) Ursprungsgerade (grün)
   $$2\,x$$
5. Der Schnittpunkt
$$S(2\,;\,4)$$
bzw. seine x-Koordinate ergeben dieselbe Lösungsmenge $L = \{2\}$.