

Gegeben ist die Betragsfunktion f (siehe FS 8.2) mit

$$f(x) = |g(x)| = |-0.5x^2 - 2x + 2.5|$$

Gesucht sind für beide Funktionen der Scheitelpunkt, die Nullstelle(n), der y -Achsenabschnitt und der Graph.

1. Quadratische Ergänzung liefert die Scheitelpunktform

$$\begin{aligned} g(x) &= -0.5x^2 - 2x + 2.5 \\ &= -0.5(x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x) + 2.5 \\ &= -0.5(x^2 + 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2) + 0.5 \cdot 2^2 + 2.5 \\ &= -0.5(x + 2)^2 + 4.5 \end{aligned}$$

und damit den für f und g identischen Scheitelpunkt

$$S(-2; 4.5)$$

2. Nullstellen bei $x_1 = -5$ und $x_2 = 1$ wegen

$$\begin{aligned} g(x) &= -0.5x^2 - 2x + 2.5 \\ &= -0.5(x^2 + 4x - 5) \\ &= -0.5(x + 5)(x - 1) = 0 \end{aligned}$$

wobei die Nullstellen von g und f wegen

$$f(x) = |g(x)| = 0 \Leftrightarrow g(x) = 0$$

identisch sind.

3. y -Achsenabschnitte bei $g(0) = f(0) = 2.5$

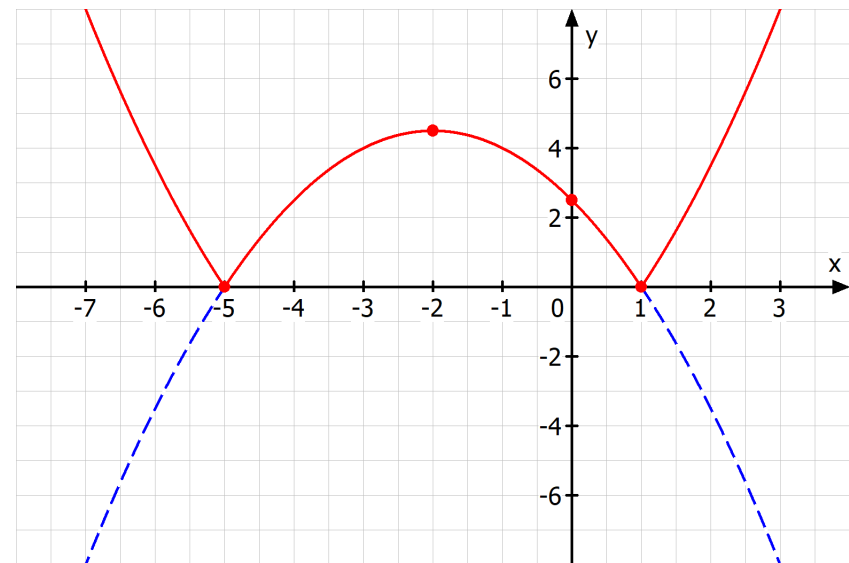
4. Graph entwickeln

a) Innere Funktion g (blau)

$$g(x) = -0.5(x + 2)^2 + 4.5$$

b) Betragsfunktion f (rot)

$$f(x) = |-0.5(x + 2)^2 + 4.5|$$



Bei Betragsfunktionen werden alle Punkte des Graphen mit negativen y -Werten an der x -Achse gespiegelt, d.h. nach oben geklappt.