Gegeben sind diverse Funktionen, vergleiche FS 8.1, 8.4 und 8.3.3, mit

a) $f(x) = 0.5\,x + 1.5$	b) $f(x) = 0.5\,x - 1.25$
c) $f(x) = 0.5\,x + \sqrt{5}$	d) $f(x) = 0.5\,x - \sqrt{3}$
e) $f(x) = x^2 + 1.5$	f) $f(x) = x^2 - 1.25$
g) $f(x) = x^2 + \sqrt{5}$	h) $f(x) = x^2 - \sqrt{3}$
i) $f(x) = \sqrt{x} + 1.5$	j) $f(x) = \sqrt{x} - 1.25$
k) $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{5}$	l) $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{3}$

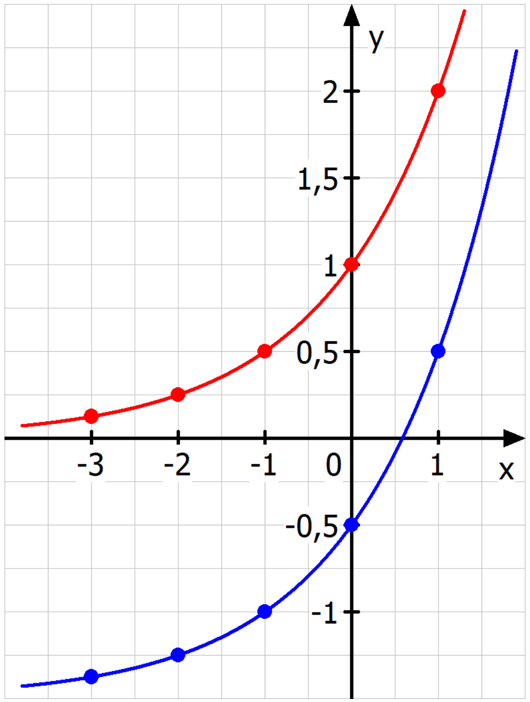
Beantworte folgende Fragen.

1. Was bedeutet die Schreibweise $f(x) + b$ mit $b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ für die Funktion f bzw. für deren Graph?
2. Diskutiere die Funktionen a) bis d) und zeichne die Graphen $G(f)$.
3. Diskutiere die Funktionen e) bis h) und vergleiche die Verschiebungen mit jenen der Aufgaben a) bis d).
4. Diskutiere die Funktionen i) bis l) und vergleiche die Verschiebungen mit jenen der Aufgaben a) bis h).
5. Bestimme je den Wertebereich der Funktionen e) bis l).

---

1. Die Schreibweise
$$f(x) + b$$
bedeutet, dass man die Zuordnungsvorschrift $f(x)$ einer beliebigen Funktion f nimmt und dort b dazu addiert, vergleiche FS 9.1.2. Dies bewirkt eine Verschiebung in y-Richtung, wobei gilt
$$b > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{nach oben}$$
$$b < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \text{nach unten}$$

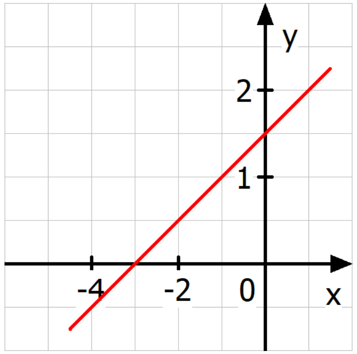
Wenn bei der Funktion f mit
$$f(x) = 2^x \quad \text{(rote Kurve)}$$
die reelle Zahl b dazu addiert wird, ergibt sich g mit
$$g(x) = 2^x - 1.5 \quad \text{(blaue Kurve)}$$
und jeder blaue Punkt ist die Verschiebung eines roten Punktes um 1.5 nach unten.



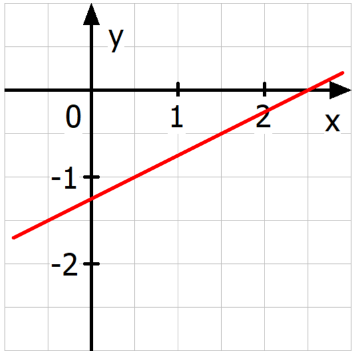
2. Für die Aufgaben a) bis d) gilt $D = W = \mathbb{R}$.

   a) $f(0) = 1.5$ und $x_n = -3$

   b) $f(0) = -1.25$ und $x_n = 2.5$



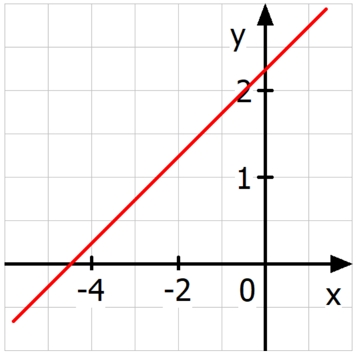
$f(x) = 0.5\,x + 1.5$



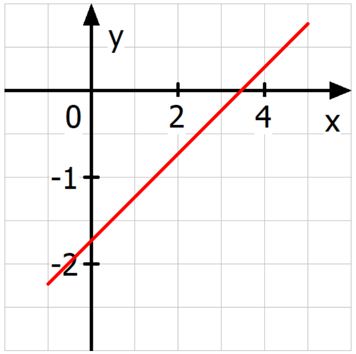
$f(x) = 0.5\,x - 1.25$

   c) $f(0) = \sqrt{5} \approx 2.236$ und $x_n = -2\sqrt{5} \approx -4.472$

   d) $f(0) = -\sqrt{3} \approx -1.732$ und $x_n = 2\sqrt{3} \approx 3.464$



$f(x) = 0.5\,x + \sqrt{5}$

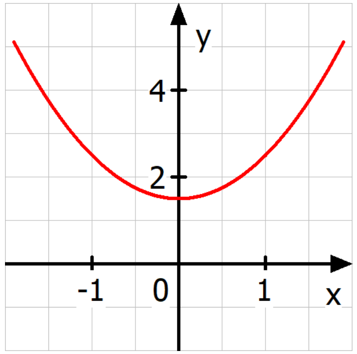


$f(x) = 0.5\,x - \sqrt{3}$

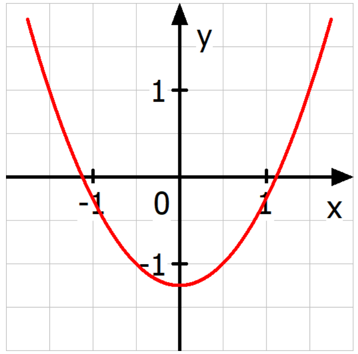
3. Für die Aufgaben e) bis h) gilt $D = \mathbb{R}$.

   e) $f(0) = 1.5$ und $x_n = n.d.$

   f) $f(0) = -1.25$ und $x_n = \pm\sqrt{1.25} \approx \pm 1.118$



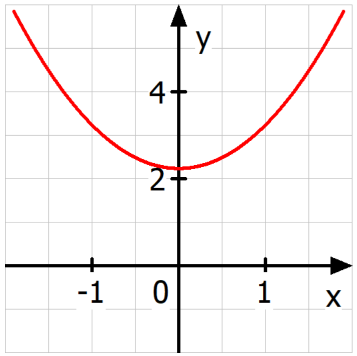
$f(x) = x^2 + 1.5$



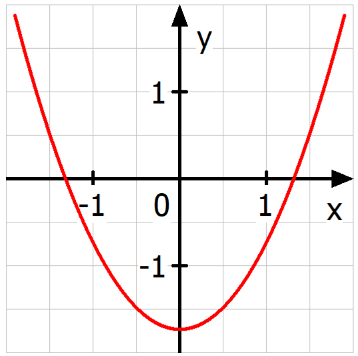
$f(x) = x^2 - 1.25$

   g) $f(0) = \sqrt{5} \approx 2.236$ und $x_n = n.d.$

   h) $f(0) = -\sqrt{3} \approx -1.732$ und $x_n = \pm\sqrt[4]{3} \approx \pm 1.316$



$f(x) = x^2 + \sqrt{5}$

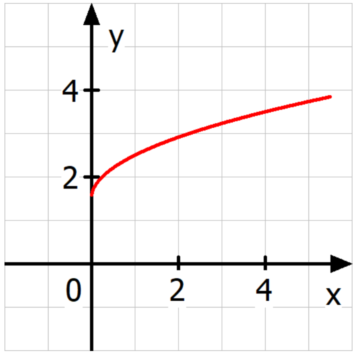


$f(x) = x^2 - \sqrt{3}$

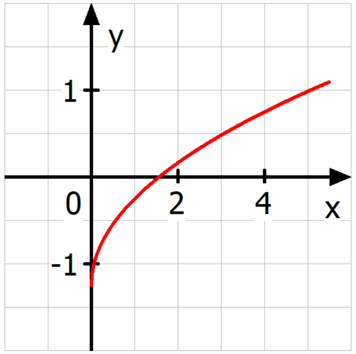
4. Für die Aufgaben i) bis l) gilt $D = \mathbb{R}_0^+$.

   i) $f(0) = 1.5$ und $x_n = n.d.$

   j) $f(0) = -1.25$ und $x_n = 25/16$



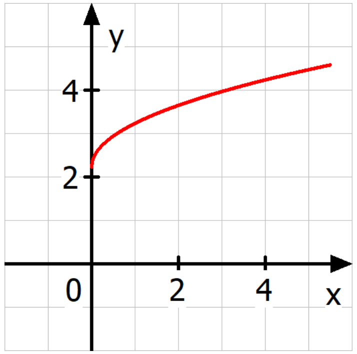
$f(x) = \sqrt{x} + 1.5$



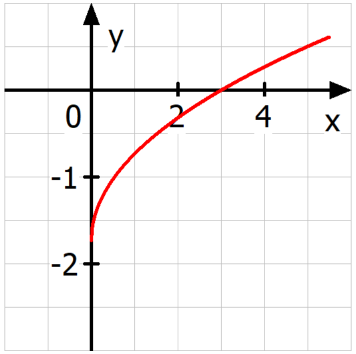
$f(x) = \sqrt{x} - 1.25$

   k) $f(0) = \sqrt{5} \approx 2.236$ und $x_n = n.d.$

   l) $f(0) = -\sqrt{3} \approx -1.732$ und $x_n = 3$



$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{5}$



$f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{3}$

5. Bei den quadratischen Funktionen gilt $a > 0$ für den Streckungsfaktor und daher ist es die Koordinate y_s des Scheitelpunktes, welche die Untergrenze von W festlegt.

   e) $W = [\,1.5\,;\,\infty[$

   f) $W = [\,-1.25\,;\,\infty[$

   g) $W = [\,\sqrt{5}\,;\,\infty[$

   h) $W = [\,-\sqrt{3}\,;\,\infty[$

   Bei den Wurzelfunktionen gilt ebenfalls $a > 0$ für den Streckungsfaktor und daher ist es der y-Achsenabschnitt, bzw. die y-Koordinate des Startpunktes von $G(f)$, welche die Untergrenze von W festlegt.

   i) $W = [\,1.5\,;\,\infty[$

   j) $W = [\,-1.25\,;\,\infty[$

   k) $W = [\,\sqrt{5}\,;\,\infty[$

   l) $W = [\,-\sqrt{3}\,;\,\infty[$