

Gegeben sind diverse Funktionen, vergleiche FS 8.1, 8.4 und 8.3.3, mit

- | | |
|---------------------------------|---------------------------------|
| a) $f(x) = 0.5(x + 1.5)$ | b) $f(x) = 0.5(x - 1.25)$ |
| c) $f(x) = 0.5(x + \sqrt{5})$ | d) $f(x) = 0.5(x - \sqrt{3})$ |
| e) $f(x) = (x + 1.5)^2$ | f) $f(x) = (x - 1.25)^2$ |
| g) $f(x) = (x + \sqrt{5})^2$ | h) $f(x) = (x - \sqrt{3})^2$ |
| i) $f(x) = \sqrt{x + 1.5}$ | j) $f(x) = \sqrt{x - 1.25}$ |
| k) $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{5}}$ | l) $f(x) = \sqrt{x - \sqrt{3}}$ |

Beantworte folgende Fragen.

1. Was bedeutet die Schreibweise

$$f(x + a)$$

mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ für die Funktion f bzw. für deren Graph?

2. Diskutiere die Funktionen a) bis d) und zeichne die Graphen $G(f)$.
3. Diskutiere die Funktionen e) bis h) und vergleiche die Verschiebungen mit jenen der Aufgaben a) bis d).
4. Diskutiere die Funktionen i) bis l) und vergleiche die Verschiebungen mit jenen der Aufgaben a) bis h).
5. Bestimme je den Definitionsbereich der Funktionen i) bis l).

1. Die Schreibweise

$$f(x + a)$$

bedeutet, dass man die Zuordnungsvorschrift einer beliebigen Funktion f nimmt und dort jedes x durch die Summe $x + a$ ersetzt, vergleiche FS 9.1.1. Dies bewirkt eine Verschiebung in x -Richtung, wobei gilt

$$\begin{aligned} a > 0 &\Leftrightarrow \text{nach links} \\ a < 0 &\Leftrightarrow \text{nach rechts} \end{aligned}$$

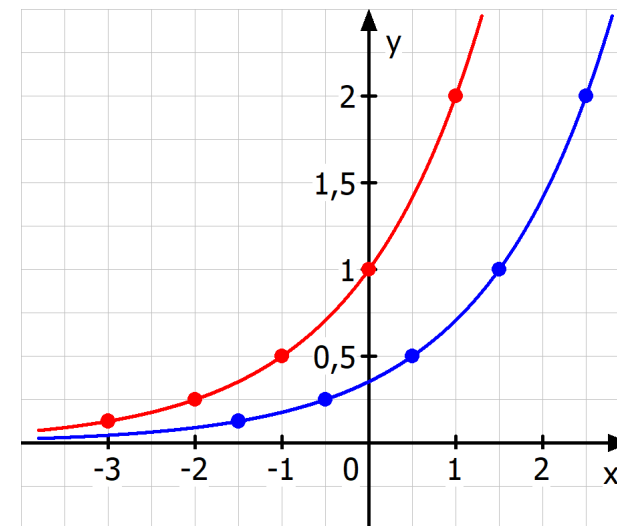
Wenn bei der Funktion f mit

$$f(x) = 2^x \quad (\text{rote Kurve})$$

anstelle von x die Summe $x - 1.5$ eingesetzt wird, ergibt sich g mit

$$g(x) = 2^{x-1.5} \quad (\text{blaue Kurve})$$

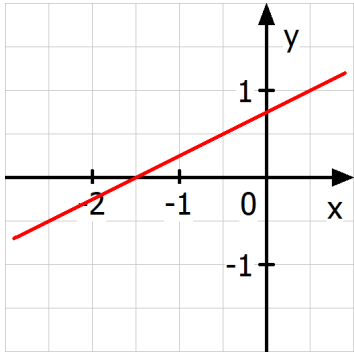
und jeder blaue Punkt ist die Verschiebung eines roten Punktes um 1.5 nach rechts.



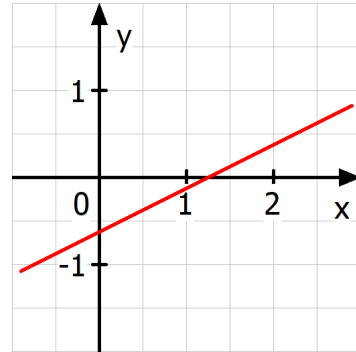
2. Für die Aufgaben a) bis d) gilt $D = W = \mathbb{R}$.

a) $f(0) = 3/4$ und $x_n = -1.5$

b) $f(0) = -5/8$ und $x_n = 1.25$



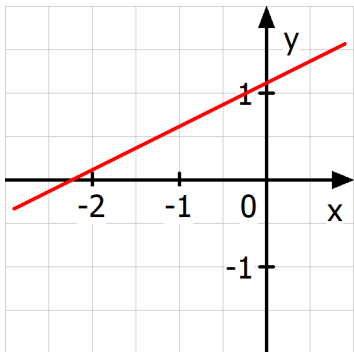
$$f(x) = 0.5(x + 1.5)$$



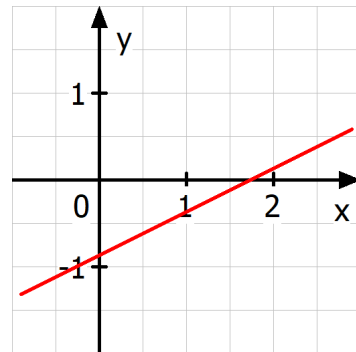
$$f(x) = 0.5(x - 1.25)$$

c) $f(0) = 0.5 \cdot \sqrt{5} \approx 1.118$ und $x_n = -\sqrt{5} \approx -2.236$

d) $f(0) = -0.5 \cdot \sqrt{3} \approx -0.866$ und $x_n = \sqrt{3} \approx 1.732$



$$f(x) = 0.5(x + \sqrt{5})$$

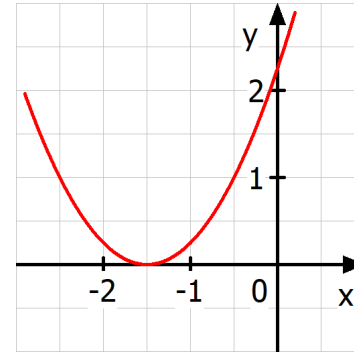


$$f(x) = 0.5(x - \sqrt{3})$$

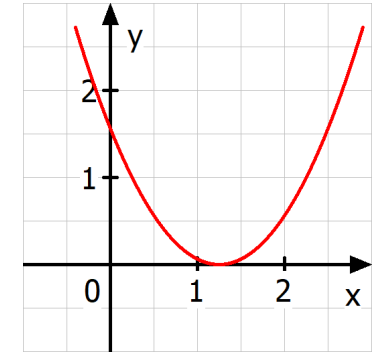
3. Für die Aufgaben e) bis h) gilt $D = \mathbb{R}$ und $W = \mathbb{R}_0^+$.

e) $f(0) = 9/4$ und $x_n = -1.5$

f) $f(0) = 25/16$ und $x_n = 1.25$



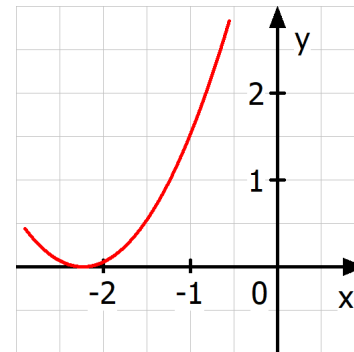
$$f(x) = (x + 1.5)^2$$



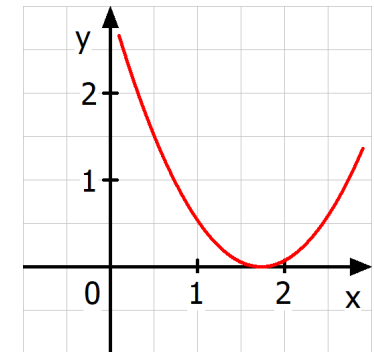
$$f(x) = (x - 1.25)^2$$

g) $f(0) = 5$ und $x_n = -\sqrt{5} \approx -2.236$

h) $f(0) = 3$ und $x_n = \sqrt{3} \approx 1.732$



$$f(x) = (x + \sqrt{5})^2$$

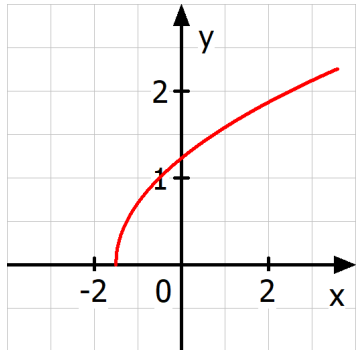


$$f(x) = (x - \sqrt{3})^2$$

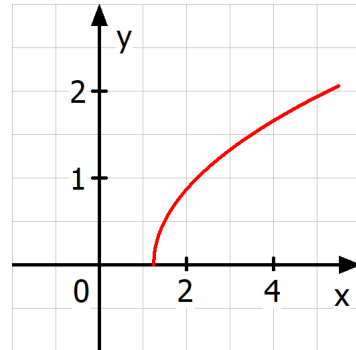
4. Für die Aufgaben i) bis l) gilt $W = \mathbb{R}_0^+$.

i) $f(0) = \sqrt{1.5} \approx 1.225$ und $x_n = -1.5$

j) $f(0) = n.d.$ und $x_n = 1.25$



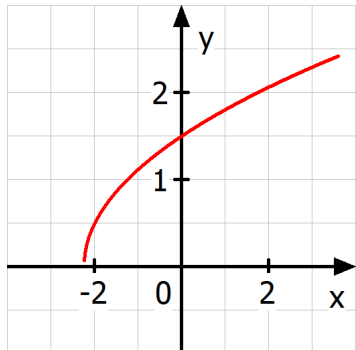
$$f(x) = \sqrt{x + 1.5}$$



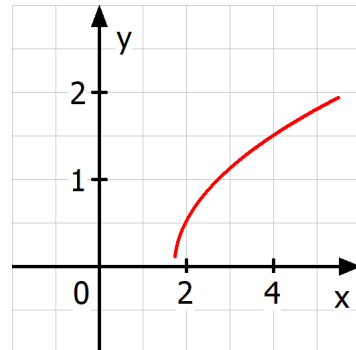
$$f(x) = \sqrt{x - 1.25}$$

k) $f(0) = \sqrt[4]{5} \approx 1.495$ und $x_n = -\sqrt{5} \approx -2.236$

l) $f(0) = n.d.$ und $x_n = \sqrt{3} \approx 1.732$



$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{5}}$$



$$f(x) = \sqrt{x - \sqrt{3}}$$

5. Für den Radikand r muss $r \geq 0$ gelten damit die Quadratwurzel definiert ist, vergleiche FS 4.2.

i) Es muss gelten

$$x + 1.5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1.5 \Rightarrow D = [-1.5; \infty[$$

j) Es muss gelten

$$x - 1.25 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1.25 \Rightarrow D = [1.25; \infty[$$

k) Es muss gelten

$$x + \sqrt{5} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\sqrt{5} \Rightarrow D = [-\sqrt{5}; \infty[$$

l) Es muss gelten

$$x - \sqrt{3} \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \sqrt{3} \Rightarrow D = [\sqrt{3}; \infty[$$

Vergleiche diese Definitionsbereiche mit dem Graph $G(f)$ der zugehörigen Funktion.