Gegeben sind drei lineare Funktionen, vergleiche FS 8.1, mit

$$f(x) = -2 \qquad g(x) = -x \quad \text{sowie} \quad h(x) = -0.6\,x + 1.5$$

und es sollen – ohne Rechnung – folgende Fragen beantwortet werden.

1. Wie sieht der Graph $G(f)$ aus?
2. Wie sieht der Graph $G(g)$ aus?
3. Wie lauten die Definitionsbereiche der drei Funktionen?
4. Wie lauten die Wertebereiche der drei Funktionen?
5. Zeichne $G(f)$ und $G(g)$, wo liegen die Achsschnittpunkte?
6. Wie sieht der Graph $G(h)$ ungefähr aus?
7. Was lässt sich über die Steigunswinkel von h sagen?
8. Wo liegt der Schnittpunkt von $G(h)$ mit der y-Achse?
9. Wo liegt der Schnittpunkt von $G(h)$ mit der x-Achse?
10. Wie sieht der Graph $G(h)$ aus?
11. Wie sieht der Graph $G(h)$ inkl. Steigungsdreieck aus?

---

1. Wegen $m = 0$ ist f eine konstante Funktion, denn es gilt immer

$$y = f(x) = -2$$

und damit ist $G(f)$ eine waagrechte Gerade.

2. Wegen $b = 0$ ist g eine Ursprungsgerade und wegen $m = -1$ gilt $\alpha = -45°$ für den Steigungswinkel von $G(g)$, d.h. diese Gerade verläuft von „links oben“ nach „rechts unten“.

3. Da die Zuordnungsvorschriften keine Ausdrücke wie

$$1/x, \quad \sqrt{x} \quad \text{oder} \quad \log_b(x)$$

enthalten, gilt

$$x \in D_f = D_g = D_h = \mathbb{R}$$

vergleiche FS 4.2.

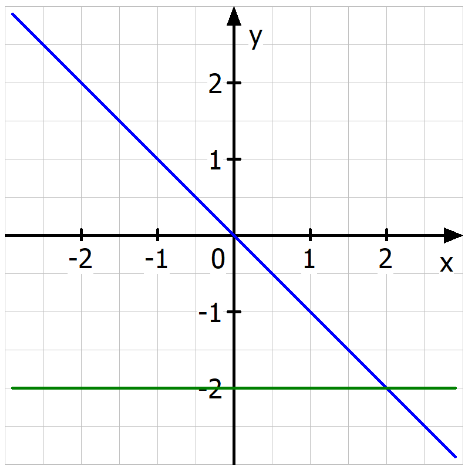
4. Für den Wertebereich von f gilt

$$m = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y \in W_f = \{-2\}$$

und für g sowie h gilt

$$m \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad y \in W_g = W_h = \mathbb{R}$$

5. Wegen $y = -2 \neq 0$ hat $G(f)$ keine Nullstelle und die y-Achse wird bei -2 geschnitten. Die Nullstelle und der y-Achsenabschnitt der Ursprungsgerade g sind identisch und liegen im Ursprung, siehe Zeichnung.



6. Wegen $b = 1.5$ gilt

$$b > 0 \quad \Leftrightarrow \quad G(h) \text{ ist nach oben verschoben}$$

und wegen $m = -0.6$ gilt

$$m < 0 \quad \Leftrightarrow \quad G(h) \text{ verläuft fallend}$$

d.h. auch $G(h)$ verläuft von „links oben“ nach „rechts unten“.

7. Wegen $m = -0.6$ gilt für den Steigungswinkel α von $G(h)$

$$-1 < m < 0 \quad \Leftrightarrow \quad -45^\circ < \alpha < 0^\circ$$

d.h. $G(h)$ verläuft fallend, aber weniger steil als $G(g)$.

8. Für jeden Punkt auf der y-Achse gilt $x = 0$ und damit

$$h(0) = -0.6 \cdot 0 + 1.5 = 1.5$$

d.h. $(0\,;\,1.5)$ ist der gesuchte Schnittpunkt, siehe Zeichnung.

Die Stelle, wo der Graph einer Funktion die y-Achse schneidet, nennt man y-Achsenabschnitt.

9. Für jeden Punkt auf der x-Achse gilt $y = 0$ und damit

$$y = h(x) = -0.6\,x + 1.5 = -\frac{3}{5}\,x + \frac{3}{2} = 0$$

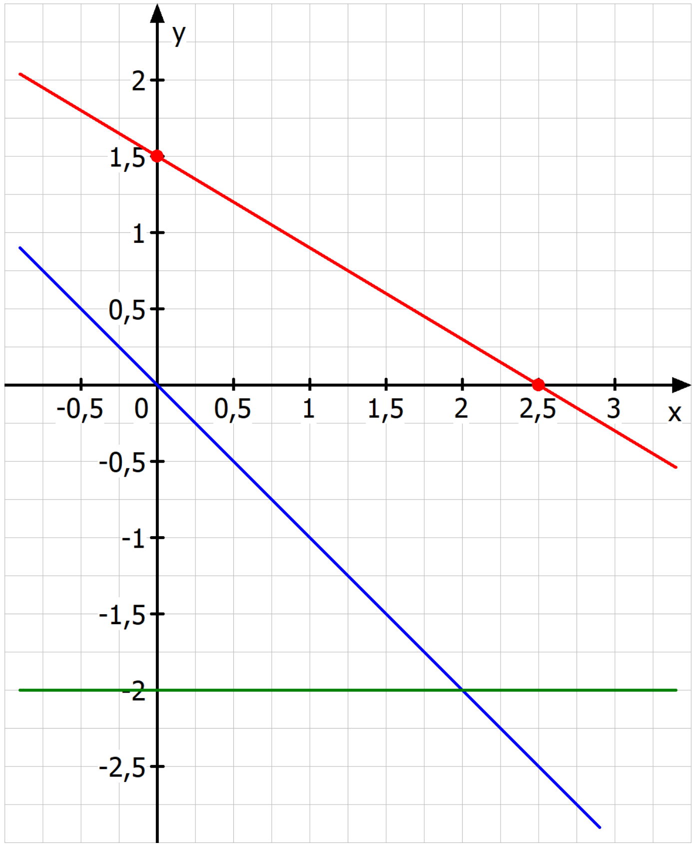
sowie

$$\frac{3}{5}\,x = \frac{3}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{3}{2}\,\frac{5}{3} = 2.5$$

d.h. $(2.5\,;\,0)$ der gesuchte Schnittpunkt, siehe Zeichnung.

Die Stelle(n), wo der Graph einer Funktion die x-Achse schneidet, nennt man Nullstelle(n).

10. Einzeichnen von y-Achsenabschnitt und Nullstelle ergibt $G(h)$



Wie weiter oben erwähnt, verläuft $G(h)$ weniger steil als $G(g)$.

11. Der y-Achsenabschnitt $b = 1.5$ legt für ein Steigungsdreieck einen ersten Punkt fest und wegen

$$m = -0.6 = \frac{-3}{5} = \frac{3}{-5} = \frac{-1.5}{2.5} = \frac{1.5}{-2.5}$$

gibt es verschiedene Steigungsdreiecke, siehe nächste Seite.

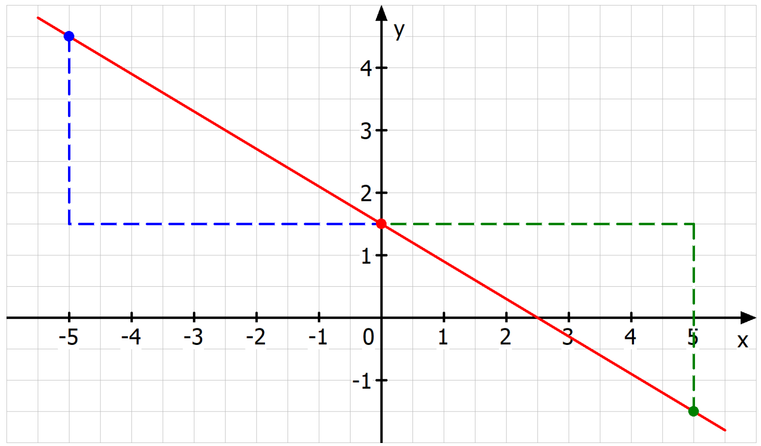
a) Mit
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-3}{5}$$
gilt
$$\Delta x = 5 \quad \text{und} \quad \Delta y = -3$$
d.h. ausgehend vom roten Punkt geht man 5 nach rechts und 3 nach unten, was den grünen Punkt und damit das grosse grüne Steigungsdreieck festlegt, siehe Zeichnung rechts oben.

b) Mit
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{-5}$$
gilt
$$\Delta x = -5 \quad \text{und} \quad \Delta y = 3$$
d.h. ausgehend vom roten Punkt geht man 5 nach links und 3 nach oben, was den blauen Punkt und damit das grosse blaue Steigungsdreieck festlegt.

c) Mit
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1.5}{2.5}$$
erhält man das kleine grüne Steigungsdreieck, siehe Zeichnung rechts unten.

d) Mit
$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1.5}{-2.5}$$
das kleine blaue Steigungsdreieck.

Wie man sieht, spielt es keine Rolle, ob man das negative Vorzeichen von m in den Zähler oder Nenner schreibt, denn die beiden Steigungsdreiecke legen dieselbe Gerade fest.



Bei einem Steigungsdreieck ist nur das Verhältnis $\Delta y / \Delta x$ wichtig, weswegen alle vier Steigungsdreiecke dieselbe Gerade festlegen.