Gegeben ist für eine Funktion f die Zuordnungsvorschrift

$$f(x) = m\,x + b$$

und es sollen folgende Fragen beantwortet werden.

1. Welcher Funktionstyp wird dadurch beschrieben?
2. Wie nennt man den Parameter m und was beschreibt er?
3. Wie nennt man den Parameter b und was beschreibt er?
4. Wie berechnet man die Nullstelle(n) von f?
5. Was lässt sich über den Steigungswinkel von f sagen?
6. Wie lauten der Definitions- und der Wertebereich?
7. Welche Werte kann b annehmen?
8. Welche Werte kann m annehmen?
9. Welche Gerade wird durch $b = 0$ beschrieben?
10. Welche Gerade wird durch $m = 0$ beschrieben?
11. Welche Gerade wird durch $m = b = 0$ beschrieben?
12. Welche Gerade wird durch $m = 1$ und $b = 0$ beschrieben, falls beide Achsen gleich skaliert sind?
13. Welche Gerade wird durch $m = -1$ und $b = 0$ beschrieben, falls beide Achsen gleich skaliert sind?

---

1. Die Zuordnungsvorschrift $f(x) = m\,x + b$ beschreibt eine lineare Funktion, vergleiche FS 8.1.
2. Der Parameter m ist der Steigungsfaktor und wegen

   $$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

   beschreibt er das Steigungsdreieck. Dabei ist Δx die waagrechte und Δy die senkrechte Kathete dieses rechtwinkligen Dreiecks.
3. Der Parameter b ist der y-Achsenabschnitt, auch Konstantglied oder Offset genannt, und wegen

   $$f(0) = 0 \cdot x + b = b$$

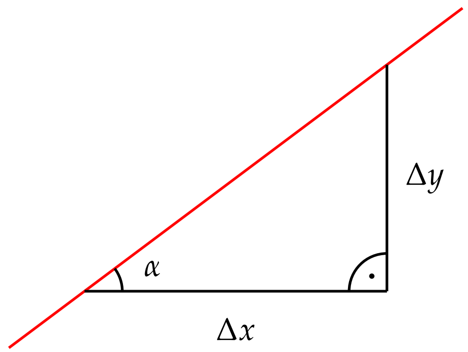
   beschreibt er, wo der Graph von f die y-Achse schneidet.
4. Die Nullstelle beschreibt, wo der Graph von f die x-Achse schneidet. Es gilt dort zwingend $y = 0$ und damit

   $$f(x) = m\,x + b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad m\,x = -b \quad \Leftrightarrow \quad x = -\frac{b}{m}$$

   d.h. eine Gerade mit $m \neq 0$ hat genau eine Nullstelle.
5. Das Steigungsdreieck ist ein rechtwinkliges Dreieck und daher gilt

   $$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{G}{A} = \tan(\alpha) \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = \tan^{-1}(m)$$

   d.h. man kann aus dem Steigungswinkel α die Steigung m berechnen und umgekehrt.

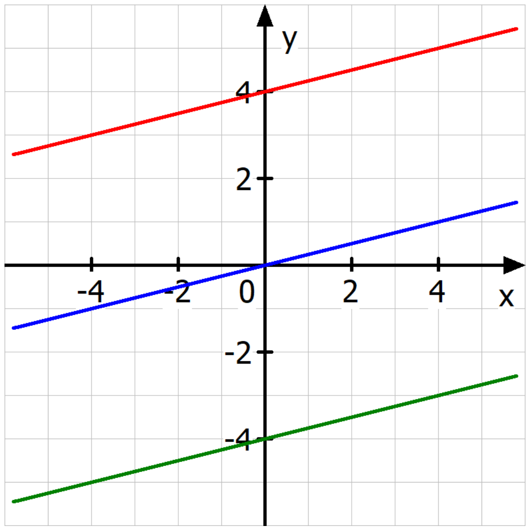


6. Es gilt $D = \mathbb{R}$ und

$$W = \mathbb{R} \quad \Leftrightarrow \quad m \neq 0 \qquad \text{bzw.} \qquad W = \{b\} \quad \Leftrightarrow \quad m = 0$$

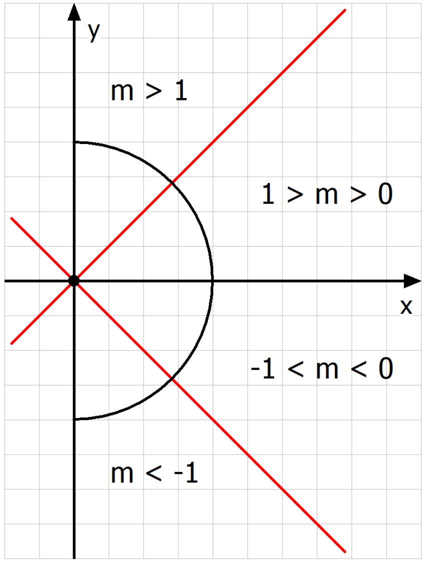
7. Es gilt $b \in \mathbb{R}$, d.h. der Parameter b kann jeden Wert annehmen.

$$\begin{array}{lcl} b < 0 & \Leftrightarrow & \text{nach unten verschoben} \\ b = 0 & \Leftrightarrow & \text{unverschoben, d.h. Ursprungsgerade} \\ b > 0 & \Leftrightarrow & \text{nach oben verschoben} \end{array}$$



8. Es gilt $m \in \mathbb{R}$, d.h. der Parameter m kann jeden Wert annehmen. Falls beide Achsen gleich skaliert sind, gilt

$$\begin{array}{rcl} m < -1 & \Leftrightarrow & -90^\circ < \alpha < -45^\circ \\ -1 < m < 0 & \Leftrightarrow & -45^\circ < \alpha < 0^\circ \\ m = 0 & \Leftrightarrow & \alpha = 0^\circ \\ 0 < m < 1 & \Leftrightarrow & 0^\circ < \alpha < 45^\circ \\ 1 < m & \Leftrightarrow & 45^\circ < \alpha < 90^\circ \end{array}$$



9. Eine Ursprungsgerade mit Steigungswinkel $\alpha = \tan^{-1}(m)$, auch Proportionalität genannt, denn wegen $y = m\,x$ sind y und x proportional

$$b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = m\,x$$

10. Eine konstante Funktion

$$m = 0 \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = b$$

11. Eine konstante Funktion, genauer die x-Achse

$$m = b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = 0$$

12. Eine Ursprungsgerade mit Steigungswinkel $\alpha = \tan^{-1}(1) = 45^\circ$, auch Identität genannt, denn wegen $y = x$ sind y und x identisch

$$m = 1 \quad \wedge \quad b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = x$$

13. Eine Ursprungsgerade mit Steigungswinkel $\alpha = \tan^{-1}(-1) = -45^\circ$

$$m = -1 \quad \wedge \quad b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad f(x) = -x$$