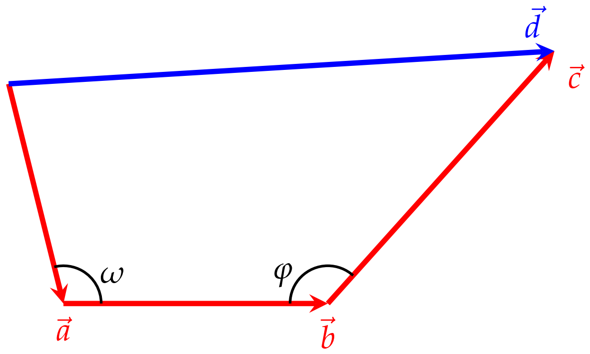
Gegeben sind die Beträge

$$a = 6, \quad b = 7 \quad \text{und} \quad c = 9$$

dreier Vektoren sowie ihre Zwischenwinkel

$$\omega = 104^\circ \quad \text{und} \quad \varphi = 132^\circ$$

siehe Zeichnung.



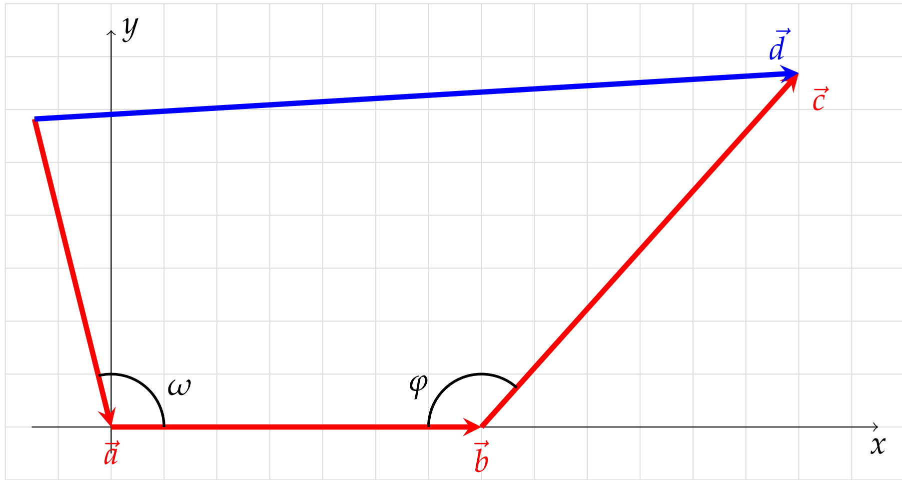
Gesucht ist der Vektor $\vec{d}$ in der Polarform.

---

1. Das Koordinatensystem kann frei gewählt werden, wobei es die Rechnung vereinfacht, wenn einer der Vektoren auf die Polarachse zu liegen kommt. Die Wahl hat allerdings einen Einfluss auf den Richtungswinkel δ des gesuchten Vektors und eine ungefähre Messung mit dem Geodreieck ergibt

Vektor	δ
$\vec{a}$	$]75^\circ\,;\,85^\circ[$
$\vec{b}$	$]0^\circ\,;\,10^\circ[$
$\vec{c}$	$]-40^\circ\,;\,-50^\circ[$

Hier wird das Koordinatensystem so gelegt, dass der Vektor $\vec{b}$ auf die Polarachse zu liegen kommt, und damit wird der Richtungswinkel δ zwischen 0° und 10° betragen.



a) Mit dem Vektor $\vec{b}$ auf Polarachse gilt

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix}$$

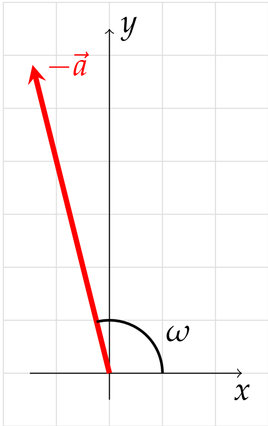
b) Der Winkel φ legt die Richtung des Vektors $\vec{c}$ fest, aber ein Richtungswinkel muss sich immer auf die Polarachse, d.h. die positive x-Halbachse, beziehen. Daher muss für die Berechnung der kartesischen Komponenten mit dem Winkel

$$\gamma = 180^\circ - \varphi = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$$

gerechnet werden und es gilt für den Vektor $\vec{c}$

$$\vec{c} = \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c\,\cos(\gamma) \\ c\,\sin(\gamma) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9\,\cos(48^\circ) \\ 9\,\sin(48^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6.02 \\ 6.69 \end{pmatrix}$$

c) Weil der Vektor $\vec{a}$ nicht im Ursprung beginnt sondern dort endet, ist der Winkel ω nicht der Richtungswinkel von $\vec{a}$, sondern von dessen Gegenvektor $-\vec{a}$, siehe folgende Zeichnung.



Variante 1: wenn man mit diesem Gegenvektor $-\vec{a}$ und ω rechnet, dann gilt

$$-\vec{a} = \begin{pmatrix} a\,\cos(\omega) \\ a\,\sin(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6\,\cos(104^\circ) \\ 6\,\sin(104^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1.45 \\ 5.82 \end{pmatrix}$$

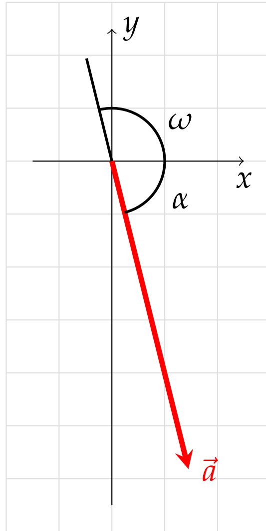
und damit auch

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.45 \\ -5.82 \end{pmatrix}$$

Variante 2: wenn man mit dem Vektor $\vec{a}$ rechnet, dann muss zuerst dessen Richtungswinkel

$$\alpha = \omega - 180^\circ = 104^\circ - 180^\circ = -76^\circ$$

bestimmt werden, siehe folgende Zeichnung



und es gilt

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a\,\cos(\alpha) \\ a\,\sin(\alpha) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6\,\cos(-76^\circ) \\ 6\,\sin(-76^\circ) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.45 \\ -5.82 \end{pmatrix}$$

d) Wegen $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ gilt

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_x + b + c_x \\ a_y + 0 + c_y \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} 1.45 + 7 + 6.02 \\ -5.82 + 0 + 6.69 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14.5 \\ 0.867 \end{pmatrix}$$

und damit

$$d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{14.5^2 + 0.867^2} = 14.5$$

sowie

$$\varphi = \arctan\left(\frac{d_y}{d_x}\right) = \arctan\left(\frac{0.867}{14.5}\right) = 3.43^\circ$$