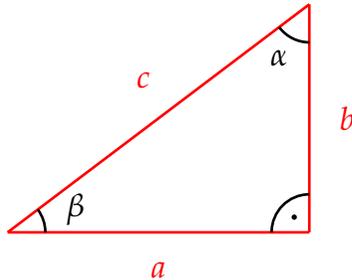


Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck mit $a = 4\text{ m}$ und $\beta = 36.9^\circ$.



1. Welche Winkelbeziehung gilt in jedem Dreieck?
2. Welche Beziehungen gelten nur in rechtwinkligen Dreiecken?
3. Gesucht sind die fehlenden Seiten und Winkel des obigen Dreiecks, berechnet unter folgenden Bedingungen:
 - a) Verwende beliebige Beziehungen, d.h. Innenwinkelsumme, Pythagoras sowie Sinus-, Cosinus- und Tangensfunktionen.
 - b) Verwende nur die Innenwinkelsumme und die Sinusfunktion.
 - c) Verwende nur die Innenwinkelsumme und die Cosinusfunktion.

-
1. In jedem Dreieck gilt für die Innenwinkelsumme

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

2. In jedem rechtwinkligen Dreiecken gilt für die Winkel $\alpha + \beta = 90^\circ$ sowie der Satz von Pythagoras $c^2 = a^2 + b^2$ und die Beziehungen

$$\sin(\varphi) = \frac{G}{H} \quad \cos(\varphi) = \frac{A}{H} \quad \text{sowie} \quad \tan(\varphi) = \frac{G}{A}$$

3. a) Die Seite a ist bezüglich β die Ankathete A , d.h. es gilt

$$\cos(\beta) = \frac{A}{H} = \frac{a}{c} \quad \Leftrightarrow \quad c = \frac{a}{\cos(\beta)} = \frac{4\text{ m}}{\cos(36.9^\circ)} = 5\text{ m}$$

Mit Pythagoras gilt

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{(5\text{ m})^2 - (4\text{ m})^2} = 3\text{ m}$$

oder mit dem Tangens

$$\tan(\beta) = \frac{G}{A} = \frac{b}{a} \quad \Leftrightarrow \quad b = a \cdot \tan(\beta) = 4\text{ m} \cdot \tan(36.9^\circ) = 3\text{ m}$$

Mit der Innenwinkelsumme folgt

$$\alpha = 90^\circ - 36.9^\circ = 53.1^\circ$$

- b) Da nur der Sinus verwendet werden darf, muss ausschliesslich mit Gegenkathete G und Hypotenuse H gerechnet werden. Mit dem Winkel $\alpha = 90^\circ - \beta$ gilt

$$\sin(\alpha) = \frac{G}{H} = \frac{a}{c} \quad \Leftrightarrow \quad c = \frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{4\text{ m}}{\sin(53.1^\circ)} = 5\text{ m}$$

und mit dem Winkel β

$$\sin(\beta) = \frac{G}{H} = \frac{b}{c} \quad \Leftrightarrow \quad b = c \cdot \sin(\beta) = 5\text{ m} \cdot \sin(36.9^\circ) = 3\text{ m}$$

- c) Da nur der Cosinus verwendet werden darf, muss ausschliesslich mit Ankathete A und Hypotenuse H gerechnet werden. Mit dem Winkel β gilt

$$\cos(\beta) = \frac{A}{H} = \frac{a}{c} \quad \Leftrightarrow \quad c = \frac{a}{\cos(\beta)} = \frac{4\text{ m}}{\cos(36.9^\circ)} = 5\text{ m}$$

und mit dem Winkel $\alpha = 90^\circ - \beta$

$$\cos(\alpha) = \frac{A}{H} = \frac{b}{c} \quad \Leftrightarrow \quad b = c \cdot \cos(\alpha) = 5\text{ m} \cdot \cos(53.1^\circ) = 3\text{ m}$$