

Gegeben ist ein LGS mit den Gleichungen A, B, C und D

$$\begin{array}{l|l} A & a - 2.0b + 3.0c + 2.0d = -6.0 \\ B & 2.0a + b - c - 4.0d = -8.0 \\ C & 3.0a + 2.0b + 4.0c + 4.0d = 3.0 \\ D & 0.5a + 3.0b - 2.0c - d = 7.0 \end{array}$$

Gesucht ist die Lösung.

1. Durch Eliminieren einer Variable wird ein LGS mit nur noch drei Gleichungen bzw. Variablen hergeleitet.

a) Es soll die Variable a eliminiert werden. Man rechnet

$$-2 \cdot A + B$$

woraus eine neue Gleichung E resultiert:

$$\begin{array}{l|l} -2 \cdot A & -2a + 4b - 6c - 4d = 12 \\ B & 2a + b - c - 4d = -8 \\ \hline + & 5b - 7c - 8d = 4 \quad E \end{array}$$

b) Es muss wieder a eliminiert werden. Man rechnet

$$-3 \cdot A + C$$

woraus eine neue Gleichung F resultiert:

$$\begin{array}{l|l} -3 \cdot A & -3a + 6b - 9c - 6d = 18 \\ C & 3a + 2b + 4c + 4d = 3 \\ \hline + & 8b - 5c - 2d = 21 \quad F \end{array}$$

c) Es muss wieder a eliminiert werden. Man rechnet

$$A - 2 \cdot D$$

woraus eine neue Gleichung G resultiert:

$$\begin{array}{l|l} A & a - 2b + 3c + 2d = -6 \\ 2 \cdot D & a + 6b - 4c - 2d = 14 \\ \hline - & -8b + 7c + 4d = -20 \quad G \end{array}$$

d) Damit hat man ein reduziertes LGS mit den drei Gleichungen E, F und G sowie den drei Variablen b, c und d.

$$\begin{array}{l|l} E & 5b - 7c - 8d = 4 \\ F & 8b - 5c - 2d = 21 \\ G & -8b + 7c + 4d = -20 \end{array}$$

2. Durch Eliminieren einer weiteren Variable wird ein LGS mit nur noch zwei Gleichungen bzw. Variablen hergeleitet.

a) Es soll die Variable d eliminiert werden. Man rechnet

$$-1 \cdot E + 4 \cdot F$$

woraus eine neue Gleichung H resultiert:

$$\begin{array}{l|l} -1 \cdot E & -5b + 7c + 8d = -4 \\ 4 \cdot F & 32b - 20c - 8d = 84 \\ \hline + & 27b - 13c = 80 \quad H \end{array}$$

b) Es muss wieder d eliminiert werden. Man rechnet

$$2 \cdot F + G$$

woraus eine neue Gleichung I resultiert:

$$\begin{array}{l|l} 2 \cdot F & 16b - 10c - 4d = 42 \\ G & -8b + 7c + 4d = -20 \\ \hline + & 8b - 3c = 22 \quad I \end{array}$$

- c) Damit hat man ein reduziertes LGS mit den zwei Gleichungen H und I sowie den zwei Variablen b und c.

$$\begin{array}{l|l} H & 27b - 13c = 80 \\ I & 8b - 3c = 22 \end{array}$$

3. Durch Eliminieren einer weiteren Variable wird ein LGS mit nur noch einer Gleichung bzw. Variable hergeleitet.

- a) Es soll die Variable b eliminiert werden. Man rechnet

$$8 \cdot H - 27 \cdot I$$

woraus eine neue Gleichung J resultiert:

$$\begin{array}{l|l} 8 \cdot H & 216b - 104c = 640 \\ 27 \cdot I & 216b - 81c = 594 \\ \hline - & -23c = 46 \quad J \end{array}$$

- b) Damit hat man die Gleichung J und daraus den Wert für die Variable c gemäss

$$-23c = 46 \quad \Leftrightarrow \quad c = -2.0$$

4. Durch rekursives Einsetzen in die obigen Gleichungen erhält man die noch fehlenden Werte für a, b, c und d.

- a) Einsetzen von c in die Gleichung H oder I ergibt

$$b = 2.0 \quad \text{und} \quad c = -2.0$$

- b) Einsetzen von b und c in die Gleichung E, F oder G ergibt

$$b = 2.0, \quad c = -2.0 \quad \text{und} \quad d = 2.5$$

- c) Einsetzen von b, c und d in die Gleichung A, B, C oder D ergibt

$$a = -1.0, \quad b = 2.0, \quad c = -2.0 \quad \text{und} \quad d = 2.5$$

- d) Die Lösung für das gegebene LGS ist der Punkt

$$(-1.0; 2.0; -2.0; 2.5)$$

im vierdimensionalen Raum.