Gegeben ist ein LGS mit den Gleichungen A, B und C

$$\begin{array}{c|rcrcrcr} A & x & - & 2y & + & 3z & = & -11 \\ B & 2x & + & y & - & z & = & 2 \\ C & 3x & + & 2y & + & 4z & = & -7 \end{array}$$

Gesucht ist die Lösung.

---

1. Durch Eliminieren einer Variable wird ein LGS mit nur noch zwei Gleichungen bzw. Variablen hergeleitet.

   a) Es soll die Variable x eliminiert werden. Man rechnet

   $$-2 \cdot A + B$$

   woraus eine neue Gleichung D resultiert:

   $$\begin{array}{r|rrcrcrcrl} -2 \cdot A & - & 2x & + & 4y & - & 6z & = & 22 & \\ B & & 2x & + & y & - & z & = & 2 & \\ \hline + & & & & 5y & - & 7z & = & 24 & D \end{array}$$

   b) Es muss wieder x eliminiert werden. Man rechnet

   $$-3 \cdot A + C$$

   woraus eine neue Gleichung E resultiert:

   $$\begin{array}{r|rrcrcrcrl} -3 \cdot A & - & 3x & + & 6y & - & 9z & = & 33 & \\ C & & 3x & + & 2y & + & 4z & = & -7 & \\ \hline + & & & & 8y & - & 5z & = & 26 & E \end{array}$$

   c) Damit hat man ein reduziertes LGS mit den zwei Gleichungen D und E sowie den zwei Variablen y und z.

   $$\begin{array}{c|rcrcr} D & 5y & - & 7z & = & 24 \\ E & 8y & - & 5z & = & 26 \end{array}$$

2. Durch Eliminieren einer weiteren Variable wird ein LGS mit nur noch einer Gleichung bzw. Variable hergeleitet.

   a) Es soll die Variable y eliminiert werden. Man rechnet

   $$8 \cdot D - 5 \cdot E$$

   woraus eine neue Gleichung F resultiert:

   $$\begin{array}{c|rcrcrl} 8 \cdot D & 40y & - & 56z & = & 192 & \\ 5 \cdot E & 40y & - & 25z & = & 130 & \\ \hline - & & - & 31z & = & 62 & F \end{array}$$

   b) Damit hat man die Gleichung F und daraus den Wert für die Variable z gemäss

   $$-31z = 62 \quad \Leftrightarrow \quad z = -2.0$$

3. Durch rekursives Einsetzen in die obigen Gleichungen erhält man die noch fehlenden Werte für x, y und z.

   a) Einsetzen von z in die Gleichung D oder E ergibt

   $$y = 2.0 \quad \text{und} \quad z = -2.0$$

   b) Einsetzen von y und z in die Gleichung A, B oder C ergibt

   $$x = -1.0, \quad y = 2.0 \quad \text{und} \quad z = -2.0$$

   c) Die Lösung für das gegebene LGS ist der Punkt

   $$(-1.0\,;\, 2.0\,;\, -2.0)$$

   im dreidimensionalen Raum.