2 Lineare Funktionen

Siehe dazu den Abschnitt 8.1 in der Formelsammlung.

2.1 Wissensfragen

1. Wie sieht die Allgemeine Form einer linearen Funktion f aus?
2. Gegeben sei eine Funktion f mit $f(x) = mx + b$. Welche Bedeutung haben die Parameter m und b und welche Werte können sie annehmen?
3. Gegeben sei eine Funktion f mit $f(x) = mx + b$. Was bedeutet es, wenn …
   a) … $b > 0$ ist?
   b) … $b = 0$ ist?
   c) … $b < 0$ ist?
   d) … $m > 1$ ist?
   e) … $0 < m < 1$ ist?
   f) … $-1 < m < 0$ ist?
   g) … $m < -1$ ist?
4. Gegeben sei eine Funktion f mit $f(x) = bx + m$. Welche Bedeutung haben die Parameter b und m?
5. Was bedeutet die Schreibweise $f(2) = 1$ für die Funktion f?
6. Was bedeutet die Schreibweise $P \in f$ für den Punkt P und die Funktion f?
7. Welchen Definitionsbereich D und Wertebereich W hat die Funktion f mit $f(x) = mx + c$?
8. Wie gross ist die Steigung m für eine Gerade welche waagrecht verläuft?
9. Wie gross ist die Steigung m für eine Gerade welche senkrecht verläuft?
10. Wie lautet die Zuordnungsvorschrift für eine lineare Funktion f, deren Graph auf der x-Achse verläuft?
11. Was bezeichnet man als Nullstelle einer Funktion und wie bestimmt man diese?
12. Wieviele Nullstellen kann eine lineare Funktion f mit $f(x) = mx + b$ haben?

2.2 Steigungsfaktor

Zeichne die Funktionen (FS Abschnitt 8) mit den folgenden Zuordnungsvorschriften.

1. $f(x) = 1 \cdot x$	2. $g(x) = -1 \cdot x$	3. $h(x) = 0 \cdot x$
4. $i(x) = 2 \cdot x$	5. $j(x) = -2 \cdot x$	6. $k(x) = \frac{1}{2} \cdot x$

Siehe dazu die Abschnitte 8.1.1 und 8.13.7 in der Formelsammlung.

2.3 y-Achsenabschnitt

Zeichne die Funktionen (FS Abschnitt 8) mit den folgenden Zuordnungsvorschriften.

1. $f(x) = x + 2$	2. $g(x) = x + 1$	3. $h(x) = x - 1$
4. $i(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$	5. $j(x) = 2x - 3$	6. $k(x) = -1$

Siehe dazu die Abschnitte 8.1.1 und 8.13.2 in der Formelsammlung.

2.4 Schnittpunkte mit den Achsen

Bestimme die Schnittstelle(n) mit den beiden Achsen.

1. $f(x) = \frac{1}{2}x + 10$
2. $g(x) = -2x - \frac{1}{2}$
3. $h(x) = \frac{4}{3}x - 1$
4. $i(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
5. $j(x) = 2x - 3$
6. $k(x) = 3$

2.5 Interpolation

Bestimme jeweils rechnerisch die Zuordnungsvorschrift $f(x) = mx + b$.

1. $P(1\,;\,1)$ und $Q(5\,;\,9)$
2. $m = -3$ und $R(2\,;\,-4)$
3. $S(2\,;\,6)$ und $f(0) = -2$
4. $f(1) = 8$ und $f(-1) = -2$
5. $P(1\,;\,2)$ und $Q(-1\,;\,1)$
6. $R(8\,;\,1)$ und $S(-2\,;\,0)$

2.6 Interpolation von paralellen und normalen Geraden

Siehe dazu die Abschnitte 8.1.4 und 8.1.5 in der Formelsammlung.

1. Gegeben sind eine Funktion f mit $f(x) = -\frac{3}{2}\,x + 2$ und ein Punkt $P(1.5\,;\,-3.25)$. Bestimme eine Gerade g so, dass gilt $P \in g$ und $g \,||\, f$, d.h. die beiden Geraden sollen parallel zueinander sein.

2. Gegeben sind eine Funktion f mit $f(x) = \frac{4}{3}\,x - 2$ und ein Punkt $P\left(\frac{9}{2}\,;\,-\frac{17}{2}\right)$. Bestimme eine Gerade g so, dass gilt $P \in g$ und $g \perp f$, d.h. die beiden Geraden sollen senkrecht zueinander stehen.

3. Gegeben sind eine Funktion g mit $g(x) = 2\,x - 4$ und ein Punkt $P\,(1\,;\,4)$.
   a) Bestimme eine Gerade f_1 so, dass gilt $P \in f_1$ und $f_1 \,||\, g$.
   b) Bestimme eine Gerade f_2 so, dass gilt $P \in f_2$ und $f_2 \perp g$.
   c) Zeichne alle drei Geraden und den Punkt P in dasselbe Koordinatensystem ein.

4. Gegeben sind eine Funktion g mit $g(x) = -\frac{1}{3}\,x + 1$ und ein Punkt $P\,(-1\,;\,-2)$.
   a) Bestimme eine Gerade f_1 so, dass gilt $P \in f_1$ und $f_1 \,||\, g$.
   b) Bestimme eine Gerade f_2 so, dass gilt $P \in f_2$ und $f_2 \perp g$.
   c) Zeichne alle drei Geraden und den Punkt P in dasselbe Koordinatensystem ein.

2.1 Wissensfragen (Lösungen)

1. Deren Zuordnungsvorschrift ist $f(x) = mx + b$.
2. Der Faktor $m \in \mathbb{R}$ ist die Steigung oder der Steigungsfaktor und der Summand $b \in \mathbb{R}$ ist das Absolutglied oder der y-Achsenabschnitt.
3. Die Gerade …
   a) … ist nach oben verschoben.
   b) … ist eine Ursprungsgerade, d.h. nicht verschoben.
   c) … ist nach unten verschoben.
   d) … hat einen Steigungswinkel $\alpha > 45°$.
   e) … hat einen Steigungswinkel $0° < \alpha < 45°$.
   f) … hat einen Steigungswinkel $-45° < \alpha < 0°$.
   g) … hat einen Steigungswinkel $\alpha < -45°$.

   Bei den letzten vier Aussagen zum Steigungswinkel α muss vorausgesetzt werden, dass beide Achsen des Koordinatensystems gleich skaliert sind.
4. Der Parameter b ist der Faktor beim x und somit der Steigungsfaktor, währendem m ein (konstanter) Summand ist und damit das Absolutglied oder der y-Achsenabschnitt. Da unser Alphabet nur 26 Buchstaben hat, ist es leider nicht möglich, einzelne Buchstaben für bestimmte Grössen zu reservieren.
5. Die Schreibweise $f(2) = 1$ bedeutet, dass der Punkt $P(2\,;\,1)$ auf dem Graphen von f liegt.
6. Die Schreibweise $P \in f$ bedeutet, dass der Graph der Funktion f durch den Punkt P verläuft, oder anders gesagt, dass der Punkt P auf dem Graphen der Funktion f liegt.
7. Es gilt $x \in D = \mathbb{R}$ und $y \in W = \mathbb{R}$ für $m \neq 0$ bzw. $y \in W = \{c\}$ für $m = 0$.
8. Für eine lineare Funktion deren Graph waagrecht verläuft gilt $m = 0$.
9. Eine lineare Funktion deren Graph senkrecht verläuft gibt es nicht, d.h. die Frage kann nicht beantwortet werden.
10. Für eine lineare Funktion f deren Graph auf der x-Achse verläuft gilt $f(x) = 0x + 0$, d.h. $f(x) = 0$.
11. Jeden Punkt auf der x-Achse, wo der Graph einer Funktion diese schneidet, nennt man Nullstelle. Man setzt die Zuordnungsvorschrift gleich Null, d.h. $y = 0$ oder $f(x) = 0$, und löst die dadurch entstehende Gleichung in x.
12. Es müssen drei Fälle unterschieden werden:
    - Genau eine falls $m \neq 0$ gilt.
    - Keine falls $m = 0$ und $b \neq 0$ gilt.
    - Unendlich viele falls $m = b = 0$ gilt.

2.2 Steigungsfaktor (Lösungen)

Für alle diese Funktionen gilt $f(0) = 0$, d.h. sie verlaufen durch den Ursprung, womit man einen ersten Punkt einzeichnen kann. Danach bestimmt man mittels $m = \Delta y / \Delta x$ das Steigungsdreieck, welches man ausgehend vom Punkt $P(0\,;\,0)$ einzeichnet.

1. $f(4) = 4$	2. $g(-4) = 4$	3. $h(x) = 0$
4. $i(1) = 2$	5. $j(1) = -2$	6. $k(4) = 2$

Die Angabe der Punkte dient nur der Kontrolle deiner Zeichnung.

2.3 y-Achsenabschnitt (Lösungen)

Zuerst zeichnet man für eine Funktion f den Punkt $f(0) = c$ mit dem y-Achsenabschnitt c ein. Danach bestimmt man mittels $m = \Delta y/\Delta x$ das Steigungsdreieck, welches man ausgehend vom Punkt $P(0\,;\,c)$ einzeichnet.

1. $f(0) = 2$ und $f(2) = 4$
2. $g(0) = 1$ und $g(-2) = -1$
3. $h(0) = -1$ und $h(4) = 3$
4. $i(0) = \frac{1}{2}$ und $i(3) = 2$
5. $j(0) = -3$ und $j(3) = 3$
6. $k(0) = -1$ und $k(6) = -1$

Die Angabe der Punkte dient nur der Kontrolle deiner Zeichnung.

2.4 Schnittpunkte mit den Achsen (Lösungen)

Zuerst ist immer der Schnittpunkt mit der y-Achse angegeben, danach die Schnittstelle mit der x-Achse, welche man Nullstelle nennt.

1. $f(0) = 10$ und $x_n = -20$
2. $g(0) = -\frac{1}{2}$ und $x_n = -\frac{1}{4}$
3. $h(0) = -1$ und $x_n = \frac{3}{4}$
4. $i(0) = \frac{3}{2}$ und $x_n = 3$
5. $j(0) = -3$ und $x_n = \frac{3}{2}$
6. $k(0) = 3$ und $x_n = n.d.$

2.5 Interpolation (Lösungen)

1. $f(x) = 2\,x - 1$
2. $f(x) = -3\,x + 2$
3. $f(x) = 4\,x - 2$
4. $f(x) = 5\,x + 3$
5. $f(x) = \frac{1}{2}\,x + \frac{3}{2}$
6. $f(x) = 0.1\,x + 0.2$

2.6 Interpolation von paralellen und normalen Geraden (Lösungen)

1. $g(x) = -\frac{3}{2}\,x - 1$
2. $g(x) = -\frac{3}{4}\,x - \frac{41}{8}$
3. $f_1(x) = 2\,x + 2$ und $f_2(x) = -\frac{1}{2}\,x + \frac{9}{2}$
4. $f_1(x) = -\frac{1}{3}\,x - \frac{7}{3}$ und $f_2(x) = 3\,x + 1$