

18 Substitution

Siehe dazu den Abschnitt 4.12 in der Formelsammlung.

18.1 Biquadratische Gleichungen

Siehe dazu die Abschnitte 4.12 und 4.4 in der Formelsammlung.

1. $2x^4 - 10x^2 + 8 = 0$
2. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
3. $x^4 - 2x^2 = 8$
4. $3x^4 + 9x^2 = 12$
5. $x^4 + 3x^2 + 2 = 0$
6. $5x^4 - 20x^2 = 0$

18.2 Bikubische Gleichungen

Siehe dazu die Abschnitte 4.12 und 4.13.4 in der Formelsammlung.

1. $2x^6 - 14x^3 - 16 = 0$
2. $x^6 + 26x^3 = 27$

18.3 Biquintische Gleichungen

Siehe dazu die Abschnitte 4.12 und 4.13.4 in der Formelsammlung.

1. $x^{10} - 31x^5 - 32 = 0$
2. $x^{10} + 242x^5 - 243 = 0$

18.4 Weitere Gleichungen

Siehe dazu den Abschnitt 4.12 in der Formelsammlung.

1. $(x-1)^2 - 3(x-1) = 4$
2. $(x+81)^2 - 10(x+81) + 24 = 0$
3. $(x-1)^4 - 5(x-1)^2 = -4$
4. $(x+2)^4 + 5(x+2)^2 - 36 = 0$

18.5 Gleichungen mit Beträgen

Siehe dazu die Abschnitte 4.12 und 4.13.3 in der Formelsammlung.

1. $|x|^2 - 5|x| + 6 = 0$
2. $2|x|^2 - 8|x| = 24$
3. $|x+3|^2 - 12|x+3| + 35 = 0$
4. $|x - \sqrt{2}|^2 - 2|x - \sqrt{2}| = 3$

18.1 Biquadratische Gleichungen (Lösungen)

Bei diesem Aufgabentyp kommt die Substitution $z = x^2$ zur Anwendung. Die Rücksubstitution gewinnt man aus der Gleichung für die Substitution, indem man diese nach x umstellt.

$$z = x^2 \Leftrightarrow |x| = \sqrt{z} \Leftrightarrow x_{1,2} = \pm\sqrt{z}$$

- | | |
|--|--|
| 1. $z_1 = 1, z_2 = 4 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 1, x_{3,4} = \pm 2$ | 2. $z_1 = 4, z_2 = 9 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2, x_{3,4} = \pm 3$ |
| 3. $z_1 = 4, z_2 = -2 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 2$ | 4. $z_1 = 1, z_2 = -4 \Rightarrow x_{1,2} = \pm 1$ |
| 5. $z_1 = -1, z_2 = -2 \Rightarrow L = \emptyset$ | 6. $z_1 = 0, z_2 = 4 \Rightarrow x_1 = 0, x_{2,3} = \pm 2$ |

18.2 Bikubische Gleichungen (Lösungen)

Bei diesem Aufgabentyp kommt die Substitution $z = x^3$ zur Anwendung. Die Rücksubstitution gewinnt man aus der Gleichung für die Substitution, indem man diese nach x umstellt.

$$z = x^3 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{z}$$

- | | |
|--|---|
| 1. $z_1 = -1, z_2 = 8 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2$ | 2. $z_1 = 1, z_2 = -27 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -3$ |
|--|---|

18.3 Biquintische Gleichungen (Lösungen)

Bei diesem Aufgabentyp kommt die Substitution $z = x^5$ zur Anwendung. Die Rücksubstitution gewinnt man aus der Gleichung für die Substitution, indem man diese nach x umstellt.

$$z = x^5 \Leftrightarrow x = \sqrt[5]{z}$$

- | | |
|---|--|
| 1. $z_1 = -1, z_2 = 32 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2$ | 2. $z_1 = 1, z_2 = -243 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -3$ |
|---|--|

18.4 Weitere Gleichungen (Lösungen)

1. Die Substitution

$$z = x - 1$$

liefert die Zwischenresultate $z_1 = -1$ sowie $z_2 = 4$ und die Rücksubstitution

$$x = z + 1$$

ergibt $x_1 = 0$ und $x_2 = 5$.

2. Die Substitution

$$z = x + 81$$

liefert die Zwischenresultate $z_1 = 4$ sowie $z_2 = 6$ und die Rücksubstitution

$$x = z - 81$$

ergibt $x_1 = -77$ und $x_2 = -75$.

3. Die Substitution

$$z = (x - 1)^2$$

liefert die Zwischenresultate $z_1 = 1$ sowie $z_2 = 4$ und die Rücksubstitution

$$x = \pm\sqrt{z} + 1$$

ergibt $x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 2$ und $x_4 = 3$.

4. Die Substitution

$$z = (x + 2)^2$$

liefert die Zwischenresultate $z_1 = 4$ sowie $z_2 = -9$ und die Rücksubstitution

$$x = \pm\sqrt{z} - 2$$

ergibt $x_1 = -4$ und $x_2 = 0$.

18.5 Gleichungen mit Beträgen (Lösungen)

1. Die Substitution

$$z = |x|$$

liefert die Zwischenresultate $z_1 = 2$ sowie $z_2 = 3$ und die Rücksubstitution

$$x_{1,2} = \pm z$$

ergibt $x_{1,2} = \pm 2$ und $x_{3,4} = \pm 3$.

2. Die Substitution

$$z = |x|$$

liefert die Zwischenresultate $z_1 = -2$ sowie $z_2 = 6$ und die Rücksubstitution

$$x_{1,2} = \pm z$$

ergibt $x_{1,2} = \pm 6$.

3. Die Substitution

$$z = |x + 3|$$

liefert die Zwischenresultate $z_1 = 5$ sowie $z_2 = 7$ und die Rücksubstitution

$$x_{1,2} = -3 \pm z$$

ergibt $x_1 = 2, x_2 = -8, x_3 = 4$ und $x_4 = -10$.

4. Die Substitution

$$z = |x - \sqrt{2}|$$

liefert die Zwischenresultate $z_1 = -1$ sowie $z_2 = 3$ und die Rücksubstitution

$$x_{1,2} = \sqrt{2} \pm z$$

ergibt $x_{1,2} = \sqrt{2} \pm 3$.