

14 Wurzelgleichungen 1

Siehe dazu die Abschnitte 4.2 und 4.8 in der Formelsammlung.

14.1 Wissensfragen

1. Wann spricht man von einer Wurzelgleichung?
2. Ist $\sqrt{2}x = -\sqrt{3}$ eine Wurzelgleichung?
3. Auf was muss man achten, wenn man eine Wurzelgleichung mit geradem Exponent löst?
4. Auf was muss man achten, wenn man eine Wurzelgleichung mit ungeradem Exponent löst?
5. Gib ein Beispiel für ein Wurzelgleichung welche nur eine Scheinlösung hat.

14.2 Einfache Wurzelgleichungen

Löse die folgenden Gleichungen und gib den Definitionsbereich sowie die Lösungsmenge an.

- | | | | |
|-----------------------|---------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| 1. $\sqrt{x} = 1$ | 2. $\sqrt{-x} = 1$ | 3. $\sqrt{x} = \sqrt[4]{2}$ | 4. $\sqrt{x+1} = 2$ |
| 5. $\sqrt{x-1} = 3$ | 6. $2\sqrt{x} = -2$ | 7. $\sqrt{1-x} = 4$ | 8. $\sqrt{x} - \sqrt{49} = 3$ |
| 9. $\sqrt{x} + 7 = 3$ | 10. $-\sqrt{x} = 1$ | 11. $\sqrt{x^2} = 3$ | 12. $1/\sqrt{-x} = 1$ |

14.3 Wurzelgleichungen mit zwei Wurzeln

Löse die folgenden Gleichungen und gib den Definitionsbereich sowie die Lösungsmenge an.

- | | | |
|--------------------------------|--|--|
| 1. $3\sqrt{x-6} = \sqrt{x+26}$ | 2. $6\sqrt{x-50} = \sqrt{x-15}$ | 3. $\sqrt{x+17} = 2\sqrt{x-10}$ |
| 4. $4\sqrt{x-20} = \sqrt{x-5}$ | 5. $\sqrt[3]{x+200} = 2\sqrt[3]{x+11}$ | 6. $3\sqrt[3]{x-10} = \sqrt[3]{x+198}$ |

14.1 Wissensfragen (Lösungen)

Im Folgenden ist mit Abschnitt 4.1 jener aus der Formelsammlung gemeint.

1. Wenn mindestens ein x unter einer Wurzel steht.
2. Nein, denn es steht unter keiner Wurzel ein x .
3. Für gerade Wurzelexponenten kommen die Abschnitte 4.1 und 4.2 zur Anwendung, d.h. man muss möglich Lösungen bez. Definitionsbereich D und auf Scheinlösungen testen.
4. Für ungerade Wurzelexponenten kommt nur Punkt 2 von Abschnitt 4.1 zur Anwendung.
5. Weil eine Quadratwurzel keine negativen Werte zurückgeben kann, hat die folgende Gleichung keine Lösung.

$$\sqrt{x} = -2$$

Wenn man die Gleichung beidseitig quadriert erhält man die Scheinlösung $x = 4$, welche eingesetzt in die Ausgangsgleichung einen Widerspruch ergibt.

14.2 Einfache Wurzelgleichungen (Lösungen)

- | | |
|--|--|
| 1. $D = \mathbb{R}_0^+$ und $L = \{1\}$ | 2. $D = \mathbb{R}_0^-$ und $L = \{-1\}$ |
| 3. $D = \mathbb{R}_0^+$ und $L = \{\sqrt{2}\}$ | 4. $D = [-1; \infty[$ und $L = \{3\}$ |
| 5. $D = [1; \infty[$ und $L = \{10\}$ | 6. $D = \mathbb{R}_0^+$ und $L = \emptyset$ |
| 7. $D =]-\infty; 1]$ und $L = \{-15\}$ | 8. $D = \mathbb{R}_0^+$ und $L = \{100\}$ |
| 9. $D = \mathbb{R}_0^+$ und $L = \emptyset$ | 10. $D = \mathbb{R}_0^+$ und $L = \emptyset$ |
| 11. $D = \mathbb{R}$ und $L = \{\pm 3\}$ | 12. $D = \mathbb{R}^-$ und $L = \{-1\}$ |

14.3 Wurzelgleichungen mit zwei Wurzeln (Lösungen)

- | | |
|--|--|
| 1. $D = [6; \infty[$ und $L = \{10\}$ | 2. $D = [50; \infty[$ und $L = \{51\}$ |
| 3. $D = [10; \infty[$ und $L = \{19\}$ | 4. $D = [20; \infty[$ und $L = \{21\}$ |
| 5. $D = \mathbb{R}$ und $L = \{16\}$ | 6. $D = \mathbb{R}$ und $L = \{18\}$ |