11 Definitionsbereiche 1

Siehe dazu den Abschnitt 4.2 in der Formelsammlung.

11.1 Wissensfragen

1. Warum müssen wir Definitionsbereiche bestimmen?
2. Welche mathematischen Operationen können nicht mit allen reelen Zahlen durchgeführt werden?

11.2 Bruchterme

Schreib zuerst die Bedingung hin, welche gelten muss, um danach den Definitionsbereich D zu bestimmen.

1.	$\frac{3x+3}{2x-1}$	2.	$\frac{x^2-3}{x(x-3)}$	3.	$\frac{1}{x^2+1}$
4.	$\frac{x}{x^2-4}$	5.	$\frac{x^2}{(x+3)(x-4)}$	6.	$\frac{-30}{x^2+3x-10}$

11.3 Wurzelterme

Schreib zuerst die Bedingung hin, welche gelten muss, um danach den Definitionsbereich D zu bestimmen.

1.	$\sqrt{x+1}$	2.	$\sqrt{3-2x}$	3.	$\sqrt{x^2}$
4.	$\sqrt{x^2+1}$	5.	$\sqrt{x^2-9}$	6.	$\sqrt{x^2-2x-8}$
7.	$\sqrt[3]{x+1}$	8.	$\sqrt[3]{x^2-9}$	9.	$\sqrt[4]{x+1}$

11.4 Logarithmische Terme

Schreib zuerst die Bedingung hin, welche gelten muss, um danach den Definitionsbereich D zu bestimmen.

1.	$\lg(x-1)$	2.	$\lg(3-2x)$	3.	$\lg\left(x^2\right)$
4.	$\lg\left(x^2+1\right)$	5.	$\lg\left(x^2-9\right)$	6.	$\lg\left(x^2-2x-8\right)$
7.	$\log_3(x-1)$	8.	$\log_3\left(x^2-9\right)$	9.	$\log_4(x-1)$

11.1 Wissensfragen (Lösungen)

1. Weil sich ein Term $T(x)$ oder eine Gleichung $L(x) = R(x)$ (linke Seite gleich rechte Seite) aus verschiedenen mathematischen Operationen zusammensetzen kann und nicht jede dieser Operationen für alle reellen Zahlen x definiert ist.

2. Nicht erlaubt ist die Division durch Null, d.h. es gilt

$$\frac{1}{T(x)} \text{ ist definiert } \quad \Leftrightarrow \quad T(x) \neq 0$$

oder das Ziehen einer Wurzel mit geradem Wurzelexponent aus negativen Zahlen, d.h.

$$\sqrt[2n]{T(x)} \text{ ist definiert } \quad \Leftrightarrow \quad T(x) \geq 0.$$

Ebenfalls nicht erlaubt ist das Logarithmieren von nicht-positiven reellen Zahlen, d.h. es gilt

$$log_b(T(x)) \text{ ist definiert } \quad \Leftrightarrow \quad T(x) > 0.$$

Dabei heisst nicht-positiv entweder negativ oder Null.

11.2 Bruchterme (Lösungen)

1. $2x - 1 \neq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0.5\}$
2. $x(x-3) \neq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0, 3\}$
3. $x^2 + 1 \neq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R}$
4. $x^2 - 4 \neq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$
5. $(x+3)(x-4) \neq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 4\}$
6. $x^2 + 3x - 10 \neq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-5, 2\}$

11.3 Wurzelterme (Lösungen)

Es gilt z.B. $[-1; \infty[= \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \geq -1\}$, d.h. beide Schreibweisen sind korrekt.

1. $x + 1 \geq 0 \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \geq -1\}$
2. $3 - 2x \geq 0 \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \leq 1.5\}$
3. $x^2 \geq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R}$
4. $x^2 + 1 \geq 0 \Rightarrow D = \mathbb{R}$
5. $x^2 - 9 \geq 0 \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \leq -3 \vee x \geq 3\}$
6. $x^2 - 2x - 8 \geq 0 \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \leq -2 \vee x \geq 4\}$
7. keine Bed. d.h. $D = \mathbb{R}$
8. keine Bed. d.h. $D = \mathbb{R}$
9. $x + 1 \geq 0 \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x \geq -1\}$

Ein Vergleich der Aufgaben 1, 7 und 9 bzw. 5 und 8 zeigt, dass der Wurzelexponent (gerade, ungerade) eine Rolle spielt.

11.4 Logarithmische Terme (Lösungen)

Es gilt z.B. $]1; \infty[= \{x \in \mathbb{R} \,|\, x > 1\}$, d.h. beide Schreibweisen sind korrekt.

1. $x - 1 > 0 \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x > 1\}$
2. $3 - 2x > 0 \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x < 1.5\}$
3. $x^2 > 0 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
4. $x^2 + 1 > 0 \Rightarrow D = \mathbb{R}$
5. $x^2 - 9 > 0 \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x < -3 \vee x > 3\}$
6. $x^2 - 2x - 8 > 0 \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x < -2 \vee x > 4\}$
7. $x - 1 > 0 \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x > 1\}$
8. $x^2 - 9 > 0 \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x < -3 \vee x > 3\}$
9. $x - 1 > 0 \Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} \,|\, x > 1\}$

Ein Vergleich der Aufgaben 1, 7 und 9 bzw. 5 und 8 zeigt, dass die Basis des Logarithmus keine Rolle spielt.